



المنظمة العربية للتربية والثقافة والعلوم
إدارة التربية

أولمبياد الرياضيات العربي

الدورة الثانية - ديسمبر 2020



AMO

أولمبياد الرياضيات العربي

Arabian Mathematical Olympiad

AMO 2020

الشركاء في تنفيذ الدورة الثانية من أولمبياد الرياضيات العربي 2020



2nd AMO 2020

أولمبياد الرياضيات العربي الثاني

2nd Arabian Mathematical Olympiad

القاهرة 5 - مصر ٢١ ديسمبر ٢٠٢٠



وزارة التعليم العالي والبحث العلمي

MINISTRY OF HIGHER EDUCATION
AND SCIENTIFIC RESEARCH



اللجنة الوطنية المصرية للتربية والعلوم والثقافة
Egyptian National Commission For Education
Science and Culture
UNESCO - ALECSO - ICESCO

المفردس

- 5 _____ مقدمة
- 7 _____ من كلمات الافتتاح
- 11 _____ البرنامج العلمي
- 12 _____ اللائحة العامة لأولمبياد الرياضيات العربي

الباب الأول: الجانب التنظيمي

- 19 _____ اللجان ومهامها
- 21 _____ الدول المشاركة
- 25 _____ خصائص الدورة الثانية "عن بعد"
- 27 _____ دليل إجرائي للجنة المحلية
- 32 _____ البرنامج المفصل
- 34 _____ جدول تثبيت العلامات
- 36 _____ معايير إسناد الميداليات

الباب الثاني: الجانب العلمي

- 37 _____ مسائل مقترحة من اللجان العلمية مرفقة بحلول
- 57 _____ الاختبار والحلول ومقاييس الإصلاح
- 91 _____ معدّات الطلاب

الباب الثالث: النتائج وحفل الاختتام

- 95 قائمة المتوجّين _____
- 96 الدول المتوجّية _____
- 97 صور من حفل الاختتام _____
- 99 من كلمات الاختتام _____

المقدمة

يندرج تنظيم أولمبياد الرياضيات العربي ضمن اختيارات الألكسو التي رسمت ملامحها الخطة الاستراتيجية للمنظمة العربية للتربية والثقافة والعلوم 2017-2022 والتي اعتمدها الدول العربية، وما انبثق عنها من برامج وأنشطة خلال هذه السنوات. وكان الهدف منها تعزيز مجالات التواصل بين الطلبة العرب وتنمية روح التميز والإبداع والموهبة والثقة بالنفس ونشر ثقافة الرياضيات والعناية بتطوير مناهجها والارتقاء بطرائق تدريسها وتوحيد مناهجها.

وقد نُفذت الألكسو الدورة الأولى من هذه المسابقة التربوية والعلمية خلال الفترة 25-29 نوفمبر 2018 بالتعاون مع المملكة العربية السعودية بمدينة جدة، وبالشراكة مع مكتب التربية العربي لدول الخليج، وكانت دورة ناجحة بامتياز على كل المستويات. ونُفذت هذا العام 2020، الدورة الثانية "عن بُعد" من خلال تقنيات الاتصال المرئي والمسموع بالتعاون مع جمهورية مصر العربية، ومكتب التربية العربي لدول الخليج، وشارك فيها طلاب من 13 دولة عربية. وكانت دورة استثنائية بكل المقاييس وناجحة بامتياز خاصة وأنها الدورة الأولى التي تعقد "عن بعد"، على مدى ستة أيام ابتداءً من يوم 21 إلى غاية 26 ديسمبر 2020، بسبب الظروف التي فرضتها جائحة كورونا.



من كلمات الافتتاح



**كلمة معالي وزير التعليم العالي والبحث العلمي
بجمهورية مصر العربية
رئيس اللجنة الوطنية للتربية والعلم والثقافة
الأستاذ الدكتور خالد عبد الغفار**

معالي الأستاذ الدكتور محمد ولد أعمّر المدير العام للمنظمة العربية للتربية والثقافة والعلوم السيد الأستاذ الدكتور علي بن عبد الخالق المدير العام لمكتب التربية العربي الدول الخليج السيد الأستاذ الدكتور محمود صقر رئيس أكاديمية البحث العلمي والتكنولوجيا السيد الأستاذ الهاشمي العرضاوي مدير القائم بأعمال مدير إدارة التربية بالألكسو

يسعدني ويشرفني أن أرحب بكم جميعا ونحن نبدأ فعاليات الدورة الثانية من الأولمبياد العربي للرياضيات والتي أتمناها دورة استثنائية لتحقيق الأهداف المرجوة منها. في إطار اهتمام الدولة المصرية بالعلوم الأساسية وتنفيذا لاستراتيجية مصر 2030 للعلوم والتكنولوجيا وحيث انه لا يمكن أن نصبوا إلى الانخراط في الذكاء الاصطناعي والفضاء وثورة الجينات دون بناء قوى في الرياضيات والفيزياء.

لذا أطلقت وزارة التعليم العالي والبحث العلمي مبادرة (science up) وهو برنامج يهدف إلى رفع قدرات كليات العلوم الأساسية وخاصة قسمي الرياضيات والفيزياء وذلك من خلال الدعم المادي وبناء القدرات والقواعد العلمية مما يؤدي إلى بناء قاعدة علمية قوية وتنفيذا لاستراتيجية الدولة للعلوم والتكنولوجيا والابتكار 2030 والتي تولى في هدفها الاستراتيجي الأول أهمية لتهيئة بيئة مشجعة للعلوم والتكنولوجيا والابتكار وبناء قاعدة علمية قوية، وخلق بيئة مشجعة للعلوم والتكنولوجيا.

كما أنّ وزارة التعليم العالي والبحث العلمي خلال الفترة الماضية نفذت مجموعة من البرامج والمبادرات في إطار تحقيق هذا الهدف من خلال تحفيز البيئة التشريعية الداعمة للبحث العلمي وربط البحث العلمي بالصناعة واحتياجات المجتمع.

السادة الأفاضل

لقد أحسنت المنظمة العربية في تبني فكرة الأولمبياد العربي للرياضيات كمسابقة دورية تنظمها بالتعاون مع الدول العربية ليشارك فيها طلاب ما قبل المرحلة الجامعية

بالدول العربية. ولقد نظمت المملكة العربية السعودية دورتها الأولى في نوفمبر 2018 ونحن الآن بصدد تنظيم الدورة الثانية منها في جمهورية مصر العربية.

تتمثل أهمية هذه المسابقة في تهيئة بيئة مناسبة لتعزيز روح التنافس الشريف بين طلبة الدول العربية للإسهام والارتقاء بالمستوي العلمي للطلبة والمعلمين في مادة الرياضيات وتفعيل دور المؤسسات المعنية واكتشاف الطلبة المبدعين منهم لاحتضانهم وتبنيهم ولاستثمار قدراتهم في المستقبل وهي في هذا الجانب تحاكي فكرة الأولمبياد الدوري للرياضيات وهي المسابقة الدولية التي تقام في شهر يوليو من كل عام في دولة مرشحة لذلك ويشارك فيها ما يقرب من مئة دولة.

إذا كانت الدول العربية بصدد المشاركة في هذا الحدث المهم فعلينا أن نعلم أننا نمثل تاريخا عربيا عريقا في الرياضيات، فلقد كان للعلماء العرب اليد الطولي والفضل الأكبر في تطوير العلوم الرئيسية والأساسية وعلى رأسها الرياضيات بكل علومها المعقدة كالجبر والهندسة والإحصاء وغيرها من العلوم الرياضية. ونذكر من هؤلاء العلماء على سبيل المثال لا الحصر.

الخوارزمي: هو أول من وضع علم الجبر وأول من استعمل لفظ الجبر ووضع أصوله وقوانينه وأول من اخترع رقم صفر وأضافه إلى مجموعة الأعداد كما أنه من استخدم الجذر التربيعي.

أبو الحسن علي أحمد النسوري: أول من اكتشف طريقة إيجاد الجذر التكعيبي

محمد بن سنان الحراني: أول من اخترع النسب المثلثية

الحسن بن الهيثم: عالم البصريات والفلك والهندسة والذي طور الهندسة التحليلية وجمع للمرة الأولى بين الجبر والهندسة في حل المعادلات المعقدة.

كما أنّ هناك علماء آخرين كانت لهم مساهمات جليّة في علم الرياضيات كابن سينا وابن البنا والبيروني وغيرهم فقد كانوا من أوائل من استعمل الرموز والمجاهيل في علم الرياضيات (س، ص،...).

ويشرفنا جميعا كعرب أن أول رسالة طبعت في الرياضيات في أوروبا عام 1493م كانت مأخوذة من جداول العالم العربي أبي عبد الله البناي.

وفي الختام، أتمنى من الله التوفيق للجميع وكما خلد التاريخ أسماء العلماء العرب أتمنى أن يخلد التاريخ أسماء أحد أبنائنا المشاركين في هذه المسابقة.

مرة أخرى تمنياتي بالتوفيق للجميع - والسلام عليكم ورحمة الله وبركاته



**كلمة معالي المدير العام
للمنظمة العربية للتربية والثقافة والعلوم
الأستاذ الدكتور محمد ولد أعر**

بسم الله الرحمن الرحيم

والصلاة والسلام على أشرف المرسلين

معالي وزير التعليم العالي بجمهورية مصر العربية، رئيس اللجنة الوطنية للتربية
والعلم والثقافة الأستاذ الدكتور خالد عبد الغفار

معالي رئيس أكاديمية البحث العلمي والتكنولوجيا بالقاهرة والمشرف على أولمبياد
الرياضيات، الأستاذ الدكتور محمود صقر

معالي المدير العام لمكتب التربية العربي لدول الخليج، الأستاذ الدكتور علي بن عبد
الخالق القرني

أصحاب المعالي والسعادة

السادة الخبراء رؤساء الفرق المشاركة

أبنائي وبناتي...

اسمحو لي بداية أن أتوجّه لكم جميعا بالتحية وبأجمل عبارات الامتنان لدعمكم
المتواصل للألكسو وحرصكم الصادق على تمكينها من أداء رسالتها في مختلف الظروف
والأوقات. واسمحو لي أن أتقدّم، من خلالكم بالشكر إلى جمهورية مصر العربية وجميع
الدول العربية المشاركة، وإلى لجانها الوطنية للتربية والثقافة والعلوم، لحسن تنسيقها
مع الألكسو في الإعداد الجيد لتنفيذ هذه الدورة من هذه المسابقة التربوية والعلمية
التي نراها دورة التحدي بكل المقاييس، فبالرغم من القيود والصعوبات التي فرضتها
علينا الأزمة الصحية الطارئة عن كوفيد19، فقد اخترنا أن ننقذ هذه المسابقة النوعية عبر
تقنيات الاتصال المرئي والمسموع، مجتهدين في التزام المعايير التربوية والعلمية والتقنية
المستوجبة، حتى نوفّر لها أسباب النجاح، ولتكون حدثا استثنائيا في هذه الظروف
الصعبة، نوّكّد من خلاله أهميّة التعاون والتشاور والتنسيق والعمل على تحقيق أهداف

تربوية وتعليمية من خلال هذا النشاط منها تنمية روح المنافسة العلمية الشريفة بين الطلاب العرب، واكتشاف المتميزين منهم في الرياضيات، وتعزيز العلاقات الودية بين علماء الرياضيات، وخلق فرص لتبادل المعلومات والبيانات بشأن المناهج والممارسات التعليمية والمدرسية، وتطوير مادة الرياضيات عموماً (بحثاً، وتدريسا، ومحتوى...). والارتقاء بتعليمها والإقبال على تعلّمها، ونشر ثقافتها بين الناس في دولنا العربية.

ختاماً أجدّد شكري لكم جميعاً
وأرجو للمتبارين كافة في هذه الدورة النجاح والتوفيق
والسلام

البرنامج العلمي

اجتماع مع رؤساء اللجان المحلية، باستخدام برمجية (Zoom) - تجريب ربط القاعة الرئيسية بالألكسو مع مركز الاختبار لكل بلد، من خلال برمجية (Zoom)، والتحقق من جاهزية المعدات	س 10 بتوقيت تونس	السبت 19 ديسمبر
	س 12 بتوقيت مكة المكرمة	
حفل الافتتاح	س 10 بتوقيت تونس	الأحد 20 ديسمبر
	س 12 بتوقيت مكة المكرمة	
إنجاز الاختبارات	س 9 بتوقيت تونس	الاثنين 21 ديسمبر
	س 11 بتوقيت مكة المكرمة	
إصلاح أوراق التحارير		الثلاثاء 22 والأربعاء 23 ديسمبر
المداولات والإعلان عن النتائج النهائية		الخميس 24 والجمعة 25 ديسمبر
حفل الاختتام	س 10 بتوقيت تونس	السبت 26 ديسمبر
	س 12 بتوقيت مكة المكرمة	

اللائحة العامة لأولمبياد الرياضيات العربي

تعريف الأولمبياد

مسابقة دورية في مادة الرياضيات لطلبة الدول العربية تنظمها وتشرف عليها المنظمة العربية للتربية والثقافة والعلوم (إدارة التربية)، وتمثل أهميتها في تهيئة البيئة المناسبة لرفع التنافس العلمي بين طلبة الدول العربية، في مختلف مجالات المسابقة، والإسهام في إثراء المناهج الدراسية وتطوير التعليم.

أهداف أولمبياد الرياضيات العربي

الهدف العام:

الإسهام في الارتقاء بالمستوى العلمي لدى الطلبة والمعلمين في مادة الرياضيات وتفعيل دور المؤسسات المعنية بتعليم الرياضيات.

الأهداف الفرعية:

- اكتشاف الطلبة المبدعين في مادة الرياضيات وتوجيههم لاستثمار قدراتهم.
- تعزيز روح التنافس الشريف بين طلبة الدول الأعضاء.
- تعزيز مجالات التواصل بين الطلبة المبدعين في مادة الرياضيات.
- خلق فرصة لتبادل المعلومات حول مناهج تدريس الرياضيات بالبلدان العربية.
- تعزيز مكانة الرياضيات بشكل عام.

الجهة المنظمة

المنظمة العربية للتربية والثقافة والعلوم (إدارة التربية).

موعد الأولمبياد

تحدد إدارة التربية للمنظمة العربية للتربية والثقافة والعلوم تاريخ عقد الأولمبياد بشكل دوري كل سنتين في إحدى الدول الأعضاء. تقوم الإدارة بتبليغ وزارات التربية والتعليم في الدول الأعضاء بموعد انعقاد الأولمبياد قبل عقده بستة أشهر.

شروط المشاركة في الأولمبياد

- ترشح كل دولة عربية أربعة طلاب كحد أقصى ممن تتوفر فيهم الشروط الآتية:
- أن يكون الطالب من مواطني الدولة المشاركة ومرشحا من قبلها.
- أن يكون الطالب منتظماً في إحدى مدارس التعليم العام الحكومي أو الخاص في الدولة المشاركة، على ألا يكون من طلاب الجامعة.
- ألا يزيد سن الطالب في يوم افتتاح المسابقة على تسعة عشر عاماً وستة أشهر.
- تتحمل كل دولة تذاكر سفر ممثليها.

التنظيمات الإدارية للأولمبياد

- تخضع التنظيمات على المستوى المحلي والوطني من أجل اختيار المشاركين في الأولمبياد العربي (AMO) لرؤية كل دولة من الدول الأعضاء.
- تكون التنظيمات على المستوى الإقليمي على النحو الآتي:
- اللجنة العليا برئاسة إدارة التربية بالمنظمة العربية للتربية والثقافة والعلوم، ومن المهام الرئيسة لها اعتماد الخطط الاستراتيجية والخطط التشغيلية للأولمبياد وإعداد التقرير النهائي للدورة.
- اللجنة العلمية وتتشكل من رؤساء الوفود المشاركة ورئيس اللجنة التحضيرية من الدولة المضيفة وممثلي المنظمة العربية للتربية والثقافة والعلوم وتتخصص مهامها فيما يلي:

- إعداد أسئلة الاختبار وصياغتها باللغات المعتمدة.
- البت في حال وجود أي خلاف ينشأ من رئيس وفد أي دولة من الدول الأعضاء حول موضوع الاختبار.
- الإشراف على إجراء الاختبار وعلى عملية المراقبة.
- الإشراف على عملية إصلاح التحارير وإصدار النتائج.
- الإشراف على عملية توزيع الميداليات على الفائزين والشهادات على المشاركين.

أدوار البلد المنظم

- الإشراف المباشر على تنفيذ الأولمبياد واتخاذ كافة الاستعدادات اللازمة لإجرائها بالتنسيق مع إدارة التربية بالألكسو، ويشمل ما يأتي:
 - استقبال الوفود المشاركة واستضافتها.
 - تكوين اللجان اللازمة لتنفيذ الأولمبياد وتحديد مهام كل لجنة.
 - تشكيل اللجنة التحضيرية برئاسة أحد كبار المسؤولين في وزارة التربية والتعليم في الدولة المضيفة قبل 4 أشهر من موعد المسابقة، وتضم في عضويتها متخصصين وخبراء في مادة الرياضيات.
 - إعداد قاعات الاختبار والقاعات الخاصة باجتماعات اللجان المتخصصة.
 - توفير متطلبات عقد الأولمبياد من أجهزة وأدوات ومعدات وقرطاسية.
 - تسلم أوراق الاختبار وأوراق الإجابة من اللجنة العلمية، وإعادة تسليم أوراق الإجابة للجنة المذكورة.
 - استلام استفسارات الطلبة عن أسئلة الاختبار المكتوبة للرد عليها كتابة من قبل اللجنة العلمية.
 - القيام بأعمال المراقبة أثناء سير الاختبار داخل القاعات.
 - توزيع مغلف يحتوي على ما يحتاجه الطالب في الاختبار.
 - عرض كل حالات الغش على اللجنة العلمية للبت فيها.
 - توفير وسائل النقل الداخلي، وتنظيم برامج زيارات مناسبة لهم.
 - إقامة حفلي الافتتاح والختام.
 - دعوة المؤسسات العلمية والتربوية وبعض الشخصيات العلمية لحضور حفلي الافتتاح والختام.
 - الإشراف على أعمال السكرتارية والعلاقات العامة والإعلام.
- إجراء الاتصالات اللازمة مع الدول الأعضاء لتأكيد عقد الأولمبياد في موعده ومكانه المحددين.
- تشكيل مختلف اللجان على المستوى البلد المنظم.

- توفير مخصص مالي للصرف على متطلبات الأولمبياد.
- توفير الميداليات والشهادات.
- ترشيح ممثلين لبعض المؤسسات العلمية والجامعات وبعض الشخصيات المتميزة لحضور فعاليات الأولمبياد.
- تشكيل لجنة سير الاختبار بحيث تتكون من مجموعة من المختصين والفنيين والإداريين ومسؤولي خدمات. يتم تعيين رئيساً لهذه اللجنة من ذوي الخبرة والكفاءة في أعمال الاختبارات.
- إعداد البرنامج الزمني للأولمبياد، بحيث يكون متضمناً الأنشطة المصاحبة سواء فيما يتصل بالطلبة أو رؤساء الوفود ونوابهم وإرساله إلى المكتب قبل شهر على الأقل من موعد عقد الأولمبياد.
- تأمين الرعاية الطبية لأعضاء الوفود المشاركة، على أن يتواجد طبيب وسيارة إسعاف بصفة دائمة في السكن ومقر عقد الاختبار.

المحتوى العلمي للاختبار

- اختبار الأولمبياد يحاكي اختبار الأولمبياد الدولي، ويكون حول محاور الرياضيات التالية:
- الجبر.
 - نظرية الأعداد.
 - الهندسة.
 - التركيبات.

ضوابط إعداد مسائل الاختبار

- تتكفل اللجنة العلمية بوضع الاختبار ويقع تصحيحه من طرف لجنة محايدة من الخبراء.
- يجرى الاختبار في يوم واحد، مدته أربع ساعات ونصف، تخصص النصف الساعة الأولى في بداية الاختبار لاستفسارات الطلاب المكتوبة.

يتكون الاختبار من أربعة أسئلة حسب الفروع الأربعة المذكورة في الفقرة التاسعة. يخصص لكل سؤال 10 درجات، وعليه تكون الدرجة القصوى للاختبار 40 درجة. تكون المسائل المقترحة ذات مستوى علمي رفيع يقيس المهارات العليا لدى الطلبة ويتناسب والمستوى العلمي للأولمبياد.

تكون أسئلة الاختبار من النوع الذي يتطلب تحريراً مفصلاً وليست متعددة الاختيارات.

تحفز الأسئلة على توظيف المعلومة ووضع الطالب في مواقف جديدة. يتم توزيع الدرجات على خطوات الحل وحسب التمشّيات المحتملة لكل سؤال، موزعاً الدرجات على خطوات الحل.

اللغات المعتمدة في الأولمبياد العربي

اللغات الرسمية المعتمدة للأولمبياد هي العربية والإنجليزية والفرنسية، حسب كل دولة مشاركة.

يُمكن كل طالب من موضوع الاختبار بلغة واحدة أو اثنتين من اللغات المعتمدة في الأولمبياد. يجب على الطالب اختيار لغة واحدة عند تقديم الحلول على ورقته. يجب كتابة الحلول على نماذج الإجابة المقدمة من الدولة المضيفة.

ترتيبات تنظيمية

الأدوات المسموح بها في المسابقة هي أدوات الكتابة والرسم ولا يتم السماح لأجهزة الحاسوب وأجهزة الاتصال بالدخول إلى قاعات الامتحان.

يقع إطلاع رؤساء الوفود على الأسئلة قبل يوم من موعد الاختبار، لغرض إبداء أية ملاحظات وتصحيح أية أخطاء إن وجدت.

يتم الاحتفاظ بموضوع الاختبار والحلول بسرية تامة حتى الانتهاء من إنجاز الاختبار من طرف الطلبة.

تبذل الجهة المنظمة قصارى جهدها لضمان عدم تواجد ممن لديهم معرفة بالمسائل بقاعات الامتحانات والحرص على عدم مد أي طالب بمعلومات، مباشرة أو غير مباشرة حول الاختبار.

لا يسمح لأي طالب بالمغادرة أثناء النصف الساعة الأولى والنصف الساعة الأخيرة من الاختبار وتتمّ مرافقة كلّ طالب يخرج من الاختبار لأي سبب ضروري. تخصص نصف ساعة في بداية الاختبار لاطلاع الطلبة على الأسئلة وتقديم استفساراتهم مكتوبة للرد عليها كتابة أيضاً من قبل اللجنة العلمية. يمنع الطالب من دخول قاعة الاختبار إذا تأخر عن بدء الاختبار بنصف ساعة أو أكثر مهما كانت الأسباب.

يقع التعامل مع الحالات المرضية، فيتم الكشف عليها من قبل الطبيب المتواجد في مكان عقد الأولمبياد، ويمكن للطلاب العودة -بعد إسعافه- إلى قاعة الاختبار (حسب رغبتهم) على ألا يمدد له وقت إضافي من زمن الاختبار. عند اشتباه بحدوث حالات غش أو انتهاك للوائح يجب الإبلاغ بذلك إلى رئيس لجنة التحكيم.

يعيّن رئيس لجنة التحكيم لجنة لمزيد من التحقيق، على أن تقدّم له تقريراً في الغرض. يتمّ اقتراح العقوبة المناسبة في حالة التأكد من حالة الغش أو انتهاك للوائح وتشمل العقوبات المحتملة شطب الطالب أو كامل الفريق من المسابقة. قرار لجنة التحكيم نهائي ولا يمكن الاعتراض عليه.

جوائز الأولمبياد

تنوع جوائز الأولمبياد لتشمل:

- ميداليات (ذهبية وفضية وبرونزية).
- شهادات تقدير.
- شهادات مشاركة (تمنح لجميع الطلبة المشاركين).

يتمّ تحديد الطلبة الفائزين في الأولمبياد في حدود (50%) من عدد الطلبة المشاركين وذلك من خلال ترتيبهم تنازلياً بحسب مجموع الدرجات التي حصلوا عليها. وللجنة العلمية الصلاحية في تحديد الدرجة التي توضح من يستحق الميدالية الذهبية والفضية والبرونزية.

ضوابط وأحكام عامة

يمكن للدولة العضو التي لا تشارك في الأولمبياد بوفد طلابي إيفاد من يمثلها لحضور الأولمبياد بصفة مراقب.

يجوز دعوة ممثلين عن مؤسسات علمية أو خبراء في مجال الأولمبياد لحضورها بصفة مراقب.

يجوز للدولة المستضيفة، بموافقة المنظمة العربية للتربية والثقافة والعلوم، دعوة أي دولة عربية كضيف في الأولمبياد.

◆ الباب الأول: الجانب التنظيمي

اللجان ومهامها

تنظّم إدارة التربية بالمنظمة العربية للتربية والثقافة والعلوم أولمبياد الرياضيات العربي في دورته الثانية، عن بعد، وذلك بصفة استثنائية. وتتكوّن فرق العمل من الثلاث لجان التالية: لجنة التنظيم، واللجنة العلمية المركزية واللجنة التقنية.

لجنة التنظيم / الألكسو

- رئيس: الهاشمي العرضاوي
- أعضاء: توفيق شرادة - صالح المرزوقي - الطاهر درقاع - سنية الكلاعي.
- مهامها: الإشراف على تنفيذ الأولمبياد واتخاذ كافة الاستعدادات اللازمة لإجرائها من مراسلات إلى مختلف الدول العربية وإعلام وتوفير الحاجات.

اللجنة العلميّة المركزية

- رئيس: توفيق شرادة
- أعضاء: صالح المرزوقي - الطاهر درقاع
- مهامها:
 - اقتراح مجموعة مسائل (4 مسائل يقترحها كلّ عضو)
 - دراسة المسائل
 - اختيار 4 مسائل موضوع الاختبار
 - ترجمة الاختبار إلى العربية والإنجليزية والفرنسية
 - إعداد حلول المسائل ومقاييس الإصلاح
 - إصلاح تحارير طلاب كل الدول المشاركة، بالتوازي مع عملية الإصلاح التي يقوم بها رئيس كل لجنة محلية في بلده باعتماد النسخ الأصلية للتحارير والمقاييس التي تمّ إعدادها.

- القيام بمداولات مع رؤساء اللجان المحلية في حالة اختلاف العلامات المسندة على بعض الأسئلة وتثبيت العلامة النهائية.
- ترتيب الطلاب المشاركين وتحديد الفائزين بميداليات (ذهبية، فضية، برونزية) وكذلك أصحاب شهادات التميّز وشهادات المشاركة.
- تعيين الفرق الفائزة بالمراتب الثلاث الأولى (الميداليات الذهبية والفضية والبرونزية).



اللجنة التقنية

- رئيس: الطاهر درقاع
- أعضاء: توفيق شرادة - صالح المرزوقي - بلال العامري - حمدي العياري- الصادق بن عاشور
- مهمّتها:
- تحديد الحاجات اللوجستية (قاعات - حواسيب - شبكة الأترنت ذات تدفق عال - كاميرات - آلة نسخ - آلة سكانار - شاشة كبيرة الحجم،...)
- تنظيم قائمات المشاركين وترميزها.
- الإشراف على عملية الربط مع رؤساء فرق الدول المشاركة.
- إجراء عملية بيضاء تجريبية لإنجاز الاختبار تطبّق من خلالها أهم المراحل التقنية (يومان قبل التاريخ المحدّد للاختبار).
- الإشراف على عملية إنجاز الاختبار (إرسال الموضوع إلكترونيا إلى رؤساء الفرق المشاركة نصف ساعة قبل انطلاق الدورة - متابعة بقية مراحل الإنجاز عن طريق الشاشة بالنسبة إلى كلّ فريق من حيث عملية التحميل والنسخ والتوزيع والمراقبة والتجميع والإرسال).
- تقبّل النسخ المصوّرة لتحارير الطلاب.

الدول المشاركة

				المملكة الأردنية الهاشمية
الطلاب	أعضاء اللجنة العلمية المحلية			
لبنى عوني فايز الدبابسة	د. محمد عبد الرزاق مفلح الجدو			
محمد رائد عبد الله السعيد	مروه رفيفان أحمد الدباس			
دانيه أحمد فلاح الدولة	ريما عبد محمد لافي			
مجد الدين عاصم توفيق القريوتي				
				دولة الإمارات العربية المتحدة
الطلاب	أعضاء اللجنة العلمية المحلية			
مريم عادل علي القادري	عبد الله المرهون			
غدير محمد علي الزيودي	هاني سعيد هاني			
روضة يوسف	أمل سعيد الكعبي			
فاطمة صلاح حسين المرزوقي				
				الجمهورية التونسية
الطلاب	أعضاء اللجنة العلمية المحلية			
يوسف المراكشي	رؤوف ثابت			
أسامة بوغناني	شكري بن جديدة			
حمادي الدردوري	علي عكير			
أحمد التليلي				

	
أعضاء اللجنة العلمية المحلية	الطلاب
رحماني عبدالله	بلخير فداء الحق
هزوات عبد الجليل	مرس وفاء
حميدي إلياس	شويكرات ماية
	همال زكرياء

	
أعضاء اللجنة العلمية المحلية	الطلاب
صالحة بنت حمود محمد آل بدوي	حمزة إبراهيم الشخي
الزبير محمد حبيب الله	مروان محمد الخياط
صفوت سيد الطناني	محمد حسين الديبسي
	خالد وليد الجابري

	
أعضاء اللجنة العلمية المحلية	الطلاب
مروة فليح حسن	هدى مبدر مهدي صالح
زينب عبد الأمير حسين	منار حسين طالب علي
حسين صادق العلق	علي أحمد جمعة
	يحي عليوي حسب الله

		دولة فلسطين
الطلاب	أعضاء اللجنة العلمية المحلية	
الاء علي أحمد الحلبية	ختام سكر	
خالد عبد الرحمن عقاب حسن	كمال الجمل	
محمد علاء الدين باسم رفيق ملحم	سناء أبو حماد	
يوسف محمود يوسف عصايرة		
		دولة الكويت
الطلاب	أعضاء اللجنة العلمية المحلية	
رهف طلال محمد العنزي	صديقة أحمد الأنصاري	
فاطمة منصور القراشي	عبد خلف عواد الشمري	
ناصر محمد نايف الشمري	براك فايز عبد الله العلي	
محمد هيثم حسين المشري		
		الجمهورية اللبنانية
الطلاب	أعضاء اللجنة العلمية المحلية	
الياس حنا فاضل	سامر سيف الدين	
أنطونيو سعادة	الياس مرهج	
سلمى جورج سعد	كاتيا شرّو ابراهيم	
نور ترمس		

		جمهورية مصر العربية
الطلاب	أعضاء اللجنة العلمية المحلية	
عبد الرحمن السيد عبد العظيم	أ.د. سامية العزب	
رقية ذكي مبروك	أ.د. إيناس الشتيحي	
عمرة عزت أحمد	أ. ماجد محمد حسن	
فاطمة سعيد عبد الفتاح		
		المملكة العربية السعودية
الطلاب	أعضاء اللجنة العلمية المحلية	
محمد أيوب مبطل	محمد الإباوي	
آية أكرجوط	عبد الرحمان عشاق	
معاذ المعتمصم	محمود الصامت	
أيمن مطيع		
		الجمهورية الإسلامية المغربية
الطلاب	أعضاء اللجنة العلمية المحلية	
يحظيه أوفي عبد الودود	حرمه حمود المختار السالم	
حفصة محمد	محفوظ محمد عمو	
محمد سالم محمد المختار	إسلمو لبات فرجو	
محمد محمود أحمد		

		الجمهورية العربية
الطلاب	أعضاء اللجنة العلمية المحلية	
زينب عبد الوهاب عبدة ابراهيم	فضل محسن عبد الله السلامي	
ثابت خالد ثابت خالد	محمد عبد الرحيم صالح حسين	
ابتهال محمد هادي	عوض عبد الكريم عوض باخر بيه	
صبري وليد محمد ثابت		

خصائص الدورة الثانية "عن بعد"

الاحتياجات الضرورية بمقر الألكسو

قاعة اجتماعات

يتمّ فيها حفلي الافتتاح والاختتام وتمكّن الدول المشاركة من متابعتها.

قاعة مركزية

مجهزة بالإنترنت وتحتوي على حواسيب للجان الأولمبياد. وهي تساعد اللجنة العلمية والتقنية للأولمبياد من مراقبة سير الاختبارات بمختلف المراكز في الدول المشاركة ومتابعة كلّ المراحل (من سحب وطبع ومسح الوثائق المختلفة).

منصة خاصة بالأولمبياد تدرج بموقع الألكسو

تمكّن من:

- إدراج البيانات الخاصة بالمشاركين من طلاب وأعضاء لجان محلية لكل بلد،
- إدراج الملفات الخاصة بالأولمبياد (ورقة الاختبار، مقاييس الإصلاح)،
- تحميل، من رئيس اللجنة المحلية لكل دولة، الملفات الموجهة له من القاعة المركزية،
- رفع الملفات التي تحتوي على مسح لتحارير الطلاب وأوراق الاستفسارات، من رئيس اللجنة المحلية لكل دولة،

- ضمان سير المداولات، بين رئيس اللجنة المحلية لكل بلد واللجنة العلمية بالألكسو، فيما يخص إسناد علامات الطلاب،
- إدراج النتائج النهائية للدورة.
- إدراج العلامة الخاصة بكل مسألة وكل طالب من قبل كل رئيس لجنة محلية والاطلاع على العلامة النهائية وتثبيتها بالاتفاق مع اللجنة العلمية المركزية.

الوظيفة	العملية	تاريخ الإنجاز
إدراج	البيانات الخاصة بالمشاركين من طلاب وأعضاء لجان محلية لكل بلد	قبل يوم 07-12-2020
	الملفات الخاصة بالأولمبياد: ورقة الاختبار	قبل ساعة من بداية الاختبار
تحميل	ورقة الاختبار، من طرف رئيس اللجنة المحلية لكل دولة	قبل 30 دقيقة من بداية الاختبار
رفع	الملفات التي تحتوي على مسح لتحرير الطلاب وأوراق الاستفسارات، من طرف رئيس اللجنة المحلية لكل دولة	ساعتان بعد نهاية الاختبار
إدراج	الملفات الخاصة بالأولمبياد: مقاييس الإصلاح	3 ساعات بعد نهاية الاختبار
تحميل	مقاييس الإصلاح، من طرف رئيس اللجنة المحلية لكل دولة	مساء يوم الاختبار
ضمان سير المداولات	بين اللجنة العلمية بالألكسو ورئيس اللجنة المحلية لكل بلد، فيما يخص إسناد علامات الطلاب	حسب روزنامة تحدّد مسبقا
إدراج	التصريح بالنتائج النهائية للدورة	حسب موعد يتفق عليه مسبقا

الاحتياجات الضرورية لمراكز الاختبار بالدول المشاركة

تخصص كل دولة مشاركة في الأولمبياد، قاعة مجهزة بالإنترنت لإجراء الاختبار ويتم اختيار ركن فيها للقيام بالتحميل والطباعة والرفع (download, print and upload).

- تحتوي قاعة الاختبار على التجهيزات التالية:
- طاولات فردية ومتباعدة على عدد الطلاب المترشحين.
- جهاز حاسوب مرتبط بالإنترنت ويحتوي على برمجية (Zoom).
- كاميرا مثبتة لمراقبة الطلاب أثناء إجراء الاختبار وعلى الركن الخاص بالطباعة والتحميل والرفع.
- طابعة (printer).
- آلة مسح (scanner).
- جهاز حاسوب مرتبط بالإنترنت ويحتوي على برمجية (Zoom)، وتوصل به الطابعة وآلة المسح.

دليل إجرائي للجنة المحليّة

اللجنة المحليّة

- تتكوّن اللجنة المحليّة لكل بلد من رئيس ومساعدين اثنين من اختصاص رياضيات.
- تشرف اللجنة المحليّة على إعداد قاعة الاختبار من الناحية التنظيمية والتقنية، كما لها مهامّ أخرى، نعرضها فيما يلي:
- تتمثّل مهامّ رئيس اللجنة في:
 - التواصل مع رئيس اللجنة العلمية بالقاعة المركزية عن طريق موقع الألكسو بواسطة كلمة العبور الخاصة ببلده (التي ترسل إليه من إدارة التربية بالألكسو).
 - يتولّى ترميز الطلاب المشاركين حسب اسم الدولة ورقم الطالب في قائمة المشاركين (مثال: EGY1، EGY2، EGY3، EGY4 بالنسبة لأعضاء الفريق المصري،...). كلّ طالب يكتب على أوراق تحاريره، رمزه عوضاً عن اسمه.
 - تحميل أوراق الاختبار من موقع الألكسو، في التوقيت المخصص لذلك، وتوزيعها على الطلاب المشاركين.
 - متابعة سير المسابقة من بدايتها إلى نهايتها عند جمع أوراق التحارير.
 - الإجابة على استفسارات الطلاب المكتوبة على الورقة المخصصة، في نصف الساعة.

- الأولى من توقيت الاختبار، على ألا تكون هذه الاستفسارات تلمّح إلى الإجابة على الأسئلة أو من ضمنها (في هاته الحالة يُكتب: لا إجابة).
- القيام بعملية مسح (scanner) تحارير الطلاب وكذلك الأوراق التي تحمل استفسارات الطلاب وإجابة رئيس اللجنة.
- إرسال نسخ تحارير الطلاب ونسخ أوراق الاستفسارات، عبر موقع الألكسو.
- تحميل ملف الحلول ومقاييس الإصلاح في التوقيت المخصص لذلك، عبر موقع الألكسو.
- الإشراف على عملية الإصلاح بمساعدة عضوي اللجنة المحلية وباعتماد النسخ الأصلية لتحارير الطلاب.
- إرسال العلامات الخاصة بكل مسألة بالنسبة لكل طالب، عبر موقع الألكسو.
- يتمّ التداول مع اللجنة العلمية، عبر موقع الألكسو، في صورة تباين بين العلامات المسندة من طرف اللجنة العلمية واللجنة المحلية.
- إقرار النتائج النهائية والموافقة عليها.
- تتمثل مهامّ المساعدين في:
 - القيام بعملية مراقبة الطلاب، أثناء الاختبار.
 - المشاركة في عملية الإصلاح.
 - مساعدة رئيس اللجنة، في مهامّه.

الطلاب المشاركون

- تُرشح كل دولة عربية أربعة طلاب كحد أقصى ممن تتوفر فيهم الشروط الآتية:
- أن يكون الطالب من مواطني الدولة المشاركة ومرشحاً من قبلها.
- أن يكون الطالب منتظماً في إحدى مدارس التعليم العام الحكومي أو الخاص في الدولة المشاركة، على ألا يكون من طلاب الجامعة.
- ألا يزيد سن الطالب في يوم افتتاح المسابقة على تسعة عشر عاماً وستة أشهر.

الاختبار

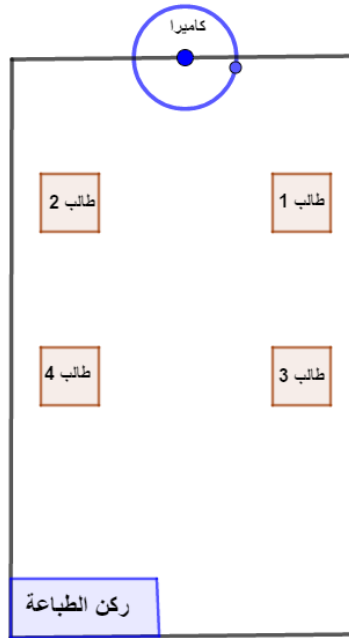
- يتكوّن الاختبار من أربعة مسائل، حول المحاور التالية:
 - الجبر (Algebra).
 - الهندسة (Geometry).
 - التركيبات (Combinatorics): تتناول مسائل في العدّ توظف التباديل والتوافيق وكذلك مبادئ العد (مبدأ الجمع، مبدأ الضرب، مبدأ برج الحمام، مبدأ القيم القصوى،...).
 - نظرية الأعداد (Number theory).
- كلّ طالب يكتب على أوراق تحاريه، رمزه عوضا عن اسمه.
- المدّة الزمنية المخصصة لإنجاز الاختبار 4 ساعات و30 دقيقة.
- تخصص نصف الساعة الأولى في بداية الاختبار لاستفسارات الطلاب المكتوبة. بإمكان كلّ طالب أن يطرح استفسارا واحدا في كلّ مسألة، على أن يكون هذا الاستفسار مكتوبا على الورقة المخصصة لذلك، وتكون إجابة رئيس اللجنة على نفس الورقة.
- يمنح لكل مسألة 10 درجات، وعليه تكون الدرجة القصوى للاختبار 40 درجة.

القاعة والمعدات

- تخصص كل دولة مشاركة في الأولمبياد، قاعة مجهزة بالإنترنت لإجراء الاختبار ويتم اختيار ركن فيها للقيام بالتحميل والطباعة والرفع (download, print and upload)، كما هو مبين بالنموذج أسفله.
- يجب أن تحتوي قاعة الاختبار على التجهيزات التالية:
 - طاولات فردية ومتباعدة، على عدد الطلاب المترشحين.
 - جهاز حاسوب مرتبط بالإنترنت ويحتوي على برمجية (Zoom) وموصول بكاميرا ذات جودة، مثبتة لمراقبة قاعة الاختبار (الطلاب أثناء إجراء الاختبار والركن الخاص بالطباعة والتحميل والرفع).
 - ركن للطباعة مكوّن من:

- طابعة (printer).
- آلة مسح (scanner).
- جهاز حاسوب مرتبط بالإنترنت ويحتوي على برمجية (Zoom)، وتوصل به الطابعة وآلة المسح.

نموذج لقاعة الاختبار



الإجراءات حسب التسلسل الزمني

- قبل ثلاثة أيام من موعد الاختبار، اجتمع رؤساء اللجان المحليّة مع لجنة التنظيم بالألكسو، عبر برمجية (Zoom).
- قبل يومين من موعد الاختبار، تتمّ تجربة الربط مع القاعة الرئيسيّة بالألكسو، من خلال برمجية (Zoom)، وتشغيل الكاميرا الخاصة بالمراقبة (مراقبة القاعة وركن الطبع)، ويتمّ التحقق من جاهزية المعدات.
- قبل 45 دقيقة من بداية الاختبار، يتمّ الربط من خلال البرمجية (Zoom) بالقاعة الرئيسيّة بالألكسو وتشغيل الكاميرا الخاصة بالمراقبة (مراقبة القاعة وركن الطبع)

- وهمرّ رئيس الفريق ومساعديه، الواحد تلو الآخر، أمام الكاميرا الخاصة بالمراقبة مع الوقوف على الأقل 5 ثواني والاستظهار بالشارات (Badges) الخاصة بالأولمبياد.
- قبل 30 دقيقة من بداية الاختبار، وفي الركن الخاص بالطبع يقوم رئيس الفريق ومساعديه بتحميل نص الاختبار (باللغة العربية والإنجليزية والفرنسية) من الصفحة الخاصة للأولمبياد في موقع الألكسو (عنوان الصفحة)، ثمّ يتمّ إعداد النسخ الخاصة بالطلاب.
- توفرّ للطلاب أدوات هندسية وأقلام، وكذلك الأوراق الضرورية المعتمدة.
- يمنع إدخال أيّة أجهزة إلكترونية إلى قاعة الاختبار (هاتف، ساعة، آلة حاسبة...).
- قبل 10 دقائق من بداية الحصة، يدخل الطلاب قاعة الاختبار، الواحد تلو الآخر، مع الوقوف أمام الكاميرا الخاصة بالمراقبة على الأقل 5 ثواني والاستظهار بالشارات الخاصة بالأولمبياد.
- يجلس الطلاب الأربعة متباعدين.
- لا يمكن أن يدخل قاعة الاختبار أي شخص ليس من ضمن اللجنة المحلية للأولمبياد ولا يحمل شارة الأولمبياد.
- يكلف اثنان من لجنة الأولمبياد بالمراقبة داخل القاعة، أثناء الاختبار.
- بعد انتهاء الفترة الزمنية المخصصة للاختبار، يتمّ تجميع تحارير الطلاب وإعدادها لعملية المسح باستخدام آلة المسح (scanner).
- يتمّ بعد ذلك، ومن خلال صفحة الألكسو الخاصة، رفع ملفّات الطلاب (to upload files).
- تحميل ملف الحلول ومقاييس الإصلاح من موقع الألكسو، في التوقيت المخصص لذلك.
- إصلاح تحارير الطلاب حسب المقاييس المعتمدة.

البرنامج المفصل

تجريب الربط مع القاعة الرئيسيّة بالألكسو، السبت 19 ديسمبر 2020

توقيت تونس س 10	توقيت مكة المكرمة س 12
<ul style="list-style-type: none"> - اجتماع مع رؤساء اللجان المحلية، باستخدام برمجية (Zoom). - تجريب ربط القاعة الرئيسيّة بالألكسو مع مركز الاختبار لكل بلد، من خلال برمجية (Zoom)، والتحقق من جاهزية المعدات. 	

حفل الافتتاح، الأحد 20 ديسمبر 2020

توقيت تونس س 10	توقيت مكة المكرمة س 12
<ul style="list-style-type: none"> - كلمة معالي المدير العام للمنظمة العربية للتربية والثقافة والعلوم، الأستاذ الدكتور محمد ولد أعمار. - كلمة معالي وزير التعليم العالي بجمهورية مصر العربية، رئيس اللجنة الوطنية للتربية والعلم والثقافة الأستاذ الدكتور خالد عبد الغفار. - كلمة معالي الأستاذ الدكتور رئيس أكاديمية البحث العلمي والتكنولوجيا بالقاهرة والمشرف على أولمبياد الرياضيات العربي الثاني، الأستاذ الدكتور محمود صقر. - كلمة معالي المدير العام لمكتب التربية العربي لدول الخليج، الأستاذ الدكتور علي بن عبد الخالق القرني. 	

التسلسل الزمني ليوم الاختبار، الاثنين 21 ديسمبر 2020

الأحداث	توقيت مكة المكرمة	توقيت تونس
<ul style="list-style-type: none"> - الربط من خلال برمجية زوم بالقاعة الرئيسيّة بالألكسو وتشغيل الكاميرا الخاصة بالمراقبة. - مرور رئيس اللجنة ومساعديه، الواحد تلو الآخر، أمام الكاميرا الخاصة بالمراقبة مع الوقوف على الأقل 5 ثواني والاستظهار بالشارات الخاصة بالأولمبياد. 	س 10 و 15 دق	س 8 و 15 دق

الأحداث	توقيت مكة المكرمة	توقيت تونس
تحميل ورقة الاختبار (باللغة العربية والإنجليزية والفرنسية) من الصفحة الخاصة للأولمبياد في موقع الألكسو	س 10 و 30 دق	س 8 و 30 دق
دخول الطلاب قاعة الاختبار، الواحد تلو الآخر، مع الوقوف أمام الكاميرا الخاصة بالمراقبة على الأقل 5 ثواني والاستظهار بالشارات الخاصة بالأولمبياد.	س 10 و 50 دق	س 8 و 50 دق
توزيع المعدّات على الطلاب (البطاقات، أوراق الإجابة، الأدوات الهندسية)	س 10 و 55 دق	س 8 و 55 دق
بداية الاختبار توزيع ورقة الاختبار على الطلاب	س 11	س 9
نهاية الوقت المخصص لاستفسارات الطلاب	س 11 و 30 دق	س 9 و 30 دق
نهاية الاختبار تجميع تحارير الطلاب	س 15 و 30 دق	س 13 و 30 دق
مسح تحارير الطلاب باستخدام آلة المسح	--	--
رفع ملفّات الطلاب على موقع الألكسو	--	--
نهاية الوقت المخصص لرفع ملفّات الطلاب	س 17 و 30 دق	س 15 و 30 دق
تحميل ملف الحلول ومقاييس الإصلاح من موقع الألكسو.	--	--

جدول تثبيت العلامات

الفترة المخصصة لإدراج العلامات بالمنصة من طرف رؤساء اللجان: 22 و 23 ديسمبر

2020

جدول تثبيت العلامات بالمنصة من طرف اللجنة العلمية والمداولات

البلد	التوقيت (توقيت مكة المكرمة)	التوقيت (توقيت تونس)	
المملكة الأردنية الهاشمية	س 10 و 30 إلى س 11	س 8 و 30 إلى س 9	الخميس 12-24
دولة الإمارات العربية المتحدة	س 11 إلى س 11 و 30	س 9 إلى س 9 و 30	
الجمهورية التونسية	س 11 و 30 إلى س 12	س 9 و 30 إلى س 10	
الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية	س 12 إلى س 12 و 30	س 10 إلى س 10 و 30	
المملكة العربية السعودية	س 12 و 30 إلى س 13	س 10 و 30 إلى س 11	
جمهورية العراق	س 13 إلى س 13 و 30	س 11 إلى س 11 و 30	
دولة فلسطين	س 13 و 30 إلى س 14	س 11 و 30 إلى س 12	
دولة الكويت	س 14 إلى س 14 و 30	س 12 إلى س 12 و 30	
الجمهورية اللبنانية	س 14 و 30 إلى س 15	س 12 و 30 إلى س 13	
جمهورية مصر العربية	س 15 إلى س 15 و 30	س 13 إلى س 13 و 30	

البلد	التوقيت (توقيت مكة المكرمة)	التوقيت (توقيت تونس)	
المملكة المغربية	س 10 و 30 إلى س 11	س 8 و 30 إلى س 9	الجمعة 12-25
الجمهورية الإسلامية الموريتانية	س 11 إلى س 11 و 30	س 9 إلى س 9 و 30	
الجمهورية اليمنية	س 11 و 30 إلى س 12	س 9 و 30 إلى س 10	

ملاحظة: يكون التواصل بين رؤساء اللجان المحلية واللجنة العلمية من خلال المنصة.

معايير إسناد الميداليات



المنظمة العربية للتربية والثقافة والعلوم

21 ديسمبر 2020



أولمبياد الرياضيات العربي (الدورة الثانية: ديسمبر 2020) معايير إسناد الميداليات (ذهبية - فضية - برونزية)

عدد المشاركين في الدورة: 50 طالبا وطالبة من 13 بلدا.
يشمل الاختبار 4 مسائل على أساس 10 درجات لكل مسألة (العدد الجملي: 40 درجة)

يكون إسناد الميداليات للمتوجين على النحو التالي:

- 4 ميداليات ذهبية على شرط أن لا يقل مجموع درجات المتوج عن 20 من 40.
 - 8 ميداليات فضية على شرط أن لا يقل مجموع درجات المتوج عن 10 من 40.
 - 12 ميداليات برونزية على شرط أن لا يقل مجموع درجات المتوج عن 5 من 40.
- وبهذه الطريقة يمكن تتويج 24 مشارك بالميداليات من بين 50 مشارك.

اللجنة العلمية

إدارة التربية

الجاب الثاني: الجانب العلمي

مسائل مقترحة من اللجان العلمية مرفقة بحلول

مسائل في الجبر

مسألة (الجزائر)

لتكن $a, b, c > 0$ أعداد حقيقية موجبة تماما وتحقق $a^2 + b^2 + c^2 = 3$. أثبت أن:

$$\frac{1}{a^3+2} + \frac{1}{b^3+2} + \frac{1}{c^3+2} \geq 1$$

الحل: نبدأ باستعمال متباينة الوسط الحسابي والهندسي كما يلي:

$$a^3 + 2 = a^3 + 1 + 1 \geq 3 \sqrt[3]{a^3 \times 1 \times 1} = 3a$$

$$\text{ومنه: } -\frac{1}{a^3+2} \geq -\frac{1}{3a}$$

الآن لنعد إلى المتباينة وإلى الطرف الأيسر:

$$\begin{aligned} \text{LHS} &= \sum_{\text{cyc}} \frac{1}{a^3+2} = \sum_{\text{cyc}} \left(\frac{1}{a^3+2} - \frac{1}{2} \right) + \frac{3}{2} = \sum_{\text{cyc}} -\frac{\frac{a^3}{2}}{a^3+2} \\ &\geq \sum_{\text{cyc}} \left(-\frac{a^2}{6} \right) + \frac{3}{2} = -\frac{3}{6} + \frac{3}{2} = 1 \end{aligned}$$

وبهذا نكمل الإثبات.

فيما يخص حالة التساوي، تتحقق إذا وفقط إذا كان لدينا:

$$a = b = c = 1 \quad \text{أي} \quad a^3 = b^3 = c^3 = 1$$

مسألة (فلسطين)

كم عدد الحلول الصحيحة غير السالبة للنظام الرياضي:

$$x_1 + x_2 + x_3 = 30 \quad \text{حيث} \quad x_1 \geq 3, \quad x_2 \geq 5, \quad x_3 > 6 ?$$

الحل: بما أن الحلول أعداد صحيحة فإن $x_1 > 6$ تكافئ $x_3 \geq 7$.

$$y_3 = x_3 - 7, \quad y_2 = x_2 - 5, \quad y_1 = x_1 - 3 \text{ لنفرض أن}$$

$$y_1 + y_2 + y_3 = x_1 + x_2 + x_3 - 15$$

$$y_1 + y_2 + y_3 = 15 \text{ ومنها}$$

$$\binom{n-1+r}{n} = \binom{15-1+3}{15} = \binom{17}{15} = \binom{17}{2} = \frac{16 \times 17}{2} = 136$$

مسألة (فلسطين)

$$\frac{9}{4x} + \frac{7}{4y} = 2x^2 + 2y^2, \quad \frac{9}{4x} - \frac{7}{4y} = -x^2 + y^2$$

$$\frac{9}{4x} - \frac{7}{4y} = -x^2 + y^2 \quad (2) \quad \frac{9}{4x} + \frac{7}{4y} = 2x^2 + 2y^2 \quad (1) \text{ الحل:}$$

$$\frac{9}{2x} = x^2 + 3y^2 \text{ بالجمع ينتج أن:}$$

$$\frac{9}{2} = x^3 + 3xy^2 \quad (3) \text{ بالضرب في } x \text{ ينتج أن:}$$

$$\frac{7}{2y} = 3x^2 + y^2 \text{ بطرح (2) من (1) ينتج أن:}$$

$$\frac{7}{2} = 3x^2y + y^3 \quad (4) \text{ بالضرب في } y \text{ ينتج أن:}$$

$$x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3 = 8 \text{ بجمع (3) و(4) ينتج أن:}$$

$$(x + y)^3 = 8$$

$$x + y = 2 \quad (5) \text{ ومنها}$$

$$x^3 - 3x^2y + 3xy^2 - y^3 = 1 \text{ بطرح (4) من (3) ينتج أن:}$$

$$(x - y)^3 = 1$$

$$x - y = 1 \quad (6) \text{ ومنها}$$

$$y = 0,5 \text{ و } x = 1,5 \text{ من (5) و(6) ينتج أن}$$

مسألة (اليمن)

السؤالان (1 و 2) مستقلان

1) $x + y + z = 1$ $x^2 + y^2 + z^2 = 3$ أعدد حقيقية بحيث:

$$x^3 + y^3 + z^3 = 5$$

$$\text{بين أن } xyz = \frac{1}{3}$$

2) معطى $1^3 + 2^3 + \dots + 14^3 + 15^3 = 14400$

أحسب $2^3 + 4^3 + 6^3 + \dots + 28^3 + 30^3$

الحل:

$$(x + y + z)^3 = 1^3 \quad (1)$$

$$(x + y + z)^2 (x + y + z) = 1$$

$$(x^2 + y^2 + z^2 + 2xy + 2xz + 2yz)(x + y + z) = 1$$

$$x^3 + y^3 + z^3 + 3x^2y + 3x^2z + 3y^2x + 3y^2z + 3z^2x + 3z^2y + 6xyz = 1$$

$$x^3 + y^3 + z^3 + 3x^2(y + z) + 3y^2(x + z) + 3z^2(x + y) + 6xyz = 1$$

$$x + y + z = 1 \Rightarrow x + y = 1 - z, y + z = 1 - x, x + z = 1 - y$$

$$x^3 + y^3 + z^3 + 3x^2(1 - x) + 3y^2(1 - y) + 3z^2(1 - z) + 6xyz = 1$$

$$x^3 + y^3 + z^3 + 3x^2 + 3y^2 + 3z^2 - 3x^3 - 3y^3 - 3z^3 + 6xyz = 1$$

$$x^3 + y^3 + z^3 + 3(x^2 + y^2 + z^2) - 3(x^3 + y^3 + z^3) + 6xyz = 1$$

من المعطى نجد $5 + 3 \times 3 - 3 \times 5 + 6xyz = 1$

$$\text{ومنه } xyz = \frac{1}{3}$$

$$2^3 + 4^3 + 6^3 + \dots + 28^3 + 30^3 = 2^3 + (2 \times 2)^3 + (2 \times 3)^3 + \dots + (2 \times 14)^3 + (2 \times 15)^3 \quad (2)$$

$$= 2^3(1 + 2^3 + 3^3 + \dots + 14^3 + 15^3)$$

$$= 2^3(14400) = 8 \times 14400 = 115200$$

Problem (مصر)

If a, b, c, d and e are real numbers where: $a + b + c + d + e = 8$ and $a^2 + b^2 + c^2 + d^2 + e^2 = 16$, then determine the maximum and the minimum value of a .

Solution 1

$$a + b + c + d + e = 8 \Rightarrow b + c + d + e = 8 - a$$

Let x be the arithmetic mean (AM) of $b, c, d,$ and e . Then,

$$x = \frac{b + c + d + e}{4} \quad \text{and} \quad x = \frac{8 - a}{4}$$

By the inequality between the RMS (the root mean square) and the AM we get

$$\begin{aligned} \sqrt{\frac{b^2 + c^2 + d^2 + e^2}{4}} &\geq \frac{8 - a}{4} \\ \Rightarrow \frac{b^2 + c^2 + d^2 + e^2}{4} &\geq \frac{(8 - a)^2}{16} \\ \Rightarrow b^2 + c^2 + d^2 + e^2 &\geq \frac{(8 - a)^2}{4} \\ \Rightarrow a^2 + b^2 + c^2 + d^2 + e^2 &\geq a^2 + \frac{(8 - a)^2}{4} \\ \Rightarrow a^2 + \frac{(8 - a)^2}{4} &\leq 16, \text{ since } a^2 + b^2 + c^2 + d^2 + e^2 = 16 \\ a^2 + \frac{(8 - a)^2}{4} &\leq 16 \Rightarrow 5a^2 - 16a \leq 0 \\ \Rightarrow 5a(a - 16) &\leq 0 \Rightarrow a \in \left[0, \frac{16}{5}\right] \end{aligned}$$

Hence, the minimum value of a is zero and the maximum value is $\frac{16}{5}$.

Solution 2

$$a + b + c + d + e = 8 \Rightarrow b + c + d + e = 8 - a$$

Let x be the arithmetic mean (AM) of $b, c, d,$ and e . Then,

$$x = \frac{b + c + d + e}{4} \quad \text{and} \quad x = \frac{8 - a}{4}$$

Let $b = x + b_1, c = x + c_1, d = x + d_1$ and $e = x + e_1$

$$\begin{aligned} b + c + d + e &= 4x + b_1 + c_1 + d_1 + e_1 \quad \text{and} \quad x = \frac{b + c + d + e}{4} \\ b + c + d + e &= b + c + d + e + b_1 + c_1 + d_1 + e_1 \Rightarrow b_1 + c_1 + d_1 + e_1 = 0 \\ a^2 + b^2 + c^2 + d^2 + e^2 &= 16 \\ \Rightarrow a^2 + (x + b_1)^2 + (x + c_1)^2 + (x + d_1)^2 + (x + e_1)^2 &= 16 \\ \Rightarrow a^2 + 4x^2 + 2x(b_1 + c_1 + d_1 + e_1) + b_1^2 + c_1^2 + d_1^2 + e_1^2 &= 16 \\ \Rightarrow a^2 + 4x^2 + b_1^2 + c_1^2 + d_1^2 + e_1^2 &= 16 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow a^2 + 4x^2 &\leq 16 \quad \text{and} \quad x = \frac{8-a}{4} \\ \Rightarrow a^2 + 4\left(\frac{8-a}{4}\right)^2 &\leq 16 \Rightarrow 5a(a-16) \leq 0 \\ &\Rightarrow a \in \left[0, \frac{16}{5}\right] \end{aligned}$$

Problem (اللجنة العلمية المركزية)

The questions (1 and 2) are independent.

Let a, b, and c three positive real numbers such that $abc = 1$.

1) Prove the inequality: $(a+b)(b+c)(c+a) \geq 8$.

2) Prove the inequality: $\frac{1}{a^3(b+c)} + \frac{1}{b^3(a+c)} + \frac{1}{c^3(a+b)} \geq \frac{3}{2}$.

Solution

1) By the inequality between the arithmetic mean and the geometric mean, we obtain

$$\left. \begin{aligned} a+b &\geq 2\sqrt{ab} \\ b+c &\geq 2\sqrt{bc} \\ c+a &\geq 2\sqrt{ca} \end{aligned} \right\} \Rightarrow (a+b)(b+c)(c+a) \geq 8\sqrt{a^2b^2c^2} = 8abc = 8.$$

Another method:

$$\begin{aligned} A &= (a+b)(b+c)(c+a) = (ab+ac+b^2+bc)(c+a) \\ &= abc+ac^2+b^2c+bc^2+a^2b+a^2c+b^2a+bca \\ &= 2+abc\left(\frac{c}{b}+\frac{b}{a}+\frac{c}{a}+\frac{a}{c}+\frac{a}{b}+\frac{b}{c}\right) \\ &= 2+\left(\frac{c}{b}+\frac{b}{c}\right)+\left(\frac{b}{a}+\frac{a}{b}\right)+\left(\frac{c}{a}+\frac{a}{c}\right) \geq 8, \quad (\text{for } x > 0, x + \frac{1}{x} \geq 2) \\ 2) S &= \frac{1}{a^3(b+c)} + \frac{1}{b^3(a+c)} + \frac{1}{c^3(a+b)} = \frac{1}{(abc)^3} \left(\frac{b^3c^3}{b+c} + \frac{a^3c^3}{a+c} + \frac{a^3b^3}{a+b} \right) \\ &= \frac{b^3c^3}{b+c} + \frac{a^3c^3}{a+c} + \frac{a^3b^3}{a+b} \\ &= \frac{b^2c^2}{\frac{1}{c} + \frac{1}{b}} + \frac{a^2c^2}{\frac{1}{a} + \frac{1}{c}} + \frac{a^2b^2}{\frac{1}{a} + \frac{1}{b}} = \frac{\left(\frac{1}{a}\right)^2}{\frac{1}{c} + \frac{1}{b}} + \frac{\left(\frac{1}{b}\right)^2}{\frac{1}{a} + \frac{1}{c}} + \frac{\left(\frac{1}{c}\right)^2}{\frac{1}{a} + \frac{1}{b}}. \end{aligned}$$

Let: $x = \frac{1}{a}$, $y = \frac{1}{b}$ and $z = \frac{1}{c}$. Then, $S = \frac{x^2}{y+z} + \frac{y^2}{x+z} + \frac{z^2}{x+y}$.

By Cauchy-Schwarz inequality, we get

$$(a_1^2 + a_2^2 + \dots + a_n^2)(b_1^2 + b_2^2 + \dots + b_n^2) \geq (a_1b_1 + a_2b_2 + \dots + a_nb_n)^2.$$

With $a_1 = \frac{x}{\sqrt{y+z}}$, $a_2 = \frac{y}{\sqrt{x+z}}$ et $a_3 = \frac{z}{\sqrt{x+y}}$.

$$\begin{aligned} & (a_1^2 + a_2^2 + a_3^2)(b_1^2 + b_2^2 + b_3^2) \geq (a_1b_1 + a_2b_2 + a_3b_3)^2 \\ \Rightarrow & \left(\frac{x^2}{y+z} + \frac{y^2}{x+z} + \frac{z^2}{x+y} \right) (2x+2y+2z) \geq (x+y+z)^2 \\ \Rightarrow & S \geq \frac{1}{2}(x+y+z) \geq \frac{3}{2} \sqrt[3]{xyz} = \frac{3}{2}. \end{aligned}$$

مسائل في الهندسة

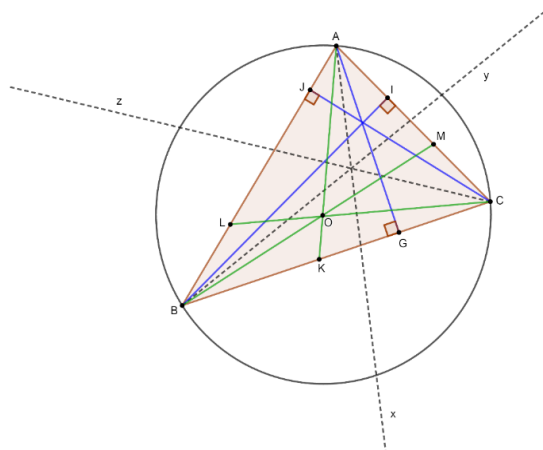
مسألة (اللجنة العلمية المركزية)

ABC مثلث زواياه حادة.

نعتبر لكل ارتفاع للمثلث ABC مناظره بالنسبة إلى منصف الزاوية الموافقة له (مثال: بالنسبة للارتفاع الصادر من A، نعتبر نظيره بالنسبة إلى منصف الزاوية A).

بين أن نظيرات الارتفاعات الثلاثة تتقاطع في النقطة التي تمثل مركز الدائرة المحيطة

بالمثلث ABC



الحل

الارتفاعات (AG) و (BI) و (CJ) تتقاطع في نقطة، إذن حسب نظرية سيفا (Ceva):

$$\frac{\sin(\angle BAG)}{\sin(\angle GAC)} \times \frac{\sin(\angle ACJ)}{\sin(\angle JCB)} \times \frac{\sin(\angle CBI)}{\sin(\angle IBA)} = 1 \quad (I)$$

من التناظر بالنسبة إلى الثلاث منصفات زوايا المثلث ABC، ينتج

$$\sin(\angle BAG) = \sin(\angle KAC) ; \sin(\angle GAC) = \sin(\angle BAK)$$

$$\sin(\angle ACJ) = \sin(\angle LCB) ; \sin(\angle JCB) = \sin(\angle LCA)$$

بالتعويض في (I)، نحصل على:

$$\frac{\sin(\angle KAC)}{\sin(\angle KAB)} \times \frac{\sin(\angle LCB)}{\sin(\angle LCA)} \times \frac{\sin(\angle MBA)}{\sin(\angle MBC)} = 1$$

ومنه مناظرات الارتفاعات الثلاثة تتقاطع في نقطة O.

$\angle CBO = \angle CBM = \angle ABI$ (حسب التناظر بالنسبة إلى منصف الزاوية A).

$\angle ABI = \angle ACJ$ (المثلثان ABI و ACJ متشابهان)

$$(1) \quad \angle CBO = \angle CBM = \angle ABI = \angle ACJ$$

$$(2) \quad \angle ACJ = \angle LCB = \angle OCB$$

(حسب التناظر بالنسبة إلى منصف الزاوية C).

من (1) و (2)، ينتج أن $\angle CBO = \angle OCB$ ومنه المثلث OBC متساوي الضلعين

قمته الرئيسية O.

نبرهن بالمثل أن كلاً من المثلثين OAB و OAC متساوي الضلعين قمته الرئيسية O.

نستنتج أن $OA = OB = OC$ وبالتالي النقطة O هي مركز الدائرة المحيطة بالمثلث

ABC.

مسألة (الجزائر)

ليكن ABC مثلثاً. نعتبر النقطة D التي تقع على القطعة BC والتي تحقق

$$\frac{BD}{DC} = 3. \text{ بالمثلث نعتبر النقطة E على القطعة AB بحيث } \frac{BE}{EA} = 3$$

يتقاطع المستقيمان AD و CE في النقطة F. جد قيمة المقدار $\frac{[AEF]}{[ABC]}$

الحل

للمثلثين AEF و ABF نفس الارتفاع في النقطة F ومنه: $[ABF] = \frac{AB}{AE} \times [AEF] = 3[AEF]$

$$\frac{[BFC]}{[FDC]} = \frac{[ABC]}{[ADC]} = 4 \quad \text{بالمثل لدينا}$$

$$\frac{[ABC] - [BFC]}{[ADC] - [FDC]} = 4 \quad \text{إذن يمكننا أن نكتب:}$$

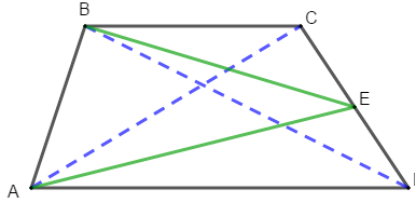
$$[AFC] = \frac{[ABF]}{3} = [AEF] \quad \text{بالتبسيط نجد:}$$

$$\frac{[AEC]}{[ABC]} = \frac{AE}{AB} = \frac{1}{3} \quad \text{مرة أخرى لدينا:}$$

$$\frac{[AEF]}{[ABC]} = \frac{1}{2} \times \frac{[AEC]}{[ABC]} = \frac{1}{6} \quad \text{ولكن } [AEC] = [AEF] + [AFC] = 2[AEF] \text{ أي أن:}$$

وهذا ينهي الحل.

مسألة (اليمن)



- (a) شكل ربايعي فيه $AD \parallel BC$. E نقطة تقع في منتصف الضلع CD. برهن أن مساحة المثلث ABE تساوي نصف مساحة الشكل الرباعي ABCD.
- (b) مثلث متساوي الساقين رأسه A. BB' أحد ارتفاعاته. M نقطة من الضلع BC، H و K مسقطان عموديان على المستقيمين AB، AC على التوالي. أثبت أن $BB' = MH + MK$.

الحل

$$(a) \text{ بما أن } E \text{ منتصف الضلع } CD \text{ فإن } DE = CE = \frac{1}{2}CD$$

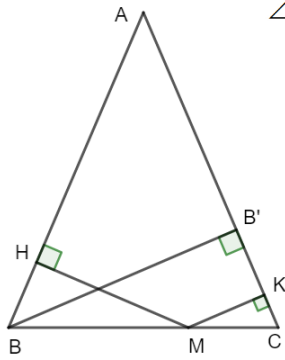
$$\text{إذن مساحة } \triangle DAE = \text{نصف مساحة } \triangle ACD$$

بالجمع نحصل على:

$$\text{مساحة } \triangle DAE + \text{مساحة } \triangle CBE = \text{نصف (مساحة } \triangle ACD + \text{مساحة } \triangle BDC)$$

$$\text{وبما أن مساحة } \triangle ACD = \text{مساحة } \triangle ABD, \text{ إذن مساحة } \triangle DAE + \text{مساحة } \triangle CBE$$

= نصف (مساحة $\triangle ABD$ + مساحة $\triangle BDC$) وبما أن مساحة $\triangle ABD$ + مساحة $\triangle ABE$ = مساحة $\triangle BDC$ = مساحة $\triangle BCD$ ومساحة $\triangle DAE$ + مساحة $\triangle CBE$ = مساحة $\triangle ABE$ إذن
 مساحة $\triangle ABE$ = نصف مساحة $ABCD$.



(b) بما أن $\triangle ABC$ متساوي الساقين، إذن $\angle ACB = \angle ABC$

بما أن المثلثات BHM ، $BB'C$ ، MKC جميعها مثلثات

قائمة في H ، B' ، K على التوالي

$$\text{إذن في المثلث } MKC, \sin C = \frac{MK}{MC} \text{ إذن } MC = \frac{MK}{\sin C}$$

$$\text{إذن في المثلث } BB'C, \sin C = \frac{BB'}{BC}$$

$$BB' = BC \sin C$$

$$\text{في المثلث } BHM, \sin B = \sin C = \frac{HM}{BM} \text{ إذن } BM = \frac{HM}{\sin C}$$

$$BB' = BC \sin C \Rightarrow BB' = (BM + MC) \sin C \Rightarrow BB' = \left(\frac{HM}{\sin C} + \frac{MK}{\sin C} \right) \cdot \sin C$$

$$\text{إذن } BB' = HM + MK$$

Problem (المغرب)

Let $ABCD$ a convex and cyclic pentagon (inscribed in a circle (ω)). We suppose that the segment AB is not a diameter. We consider the following points: $\{F\} = (AB) \cap (EC)$ and $\{H\} = (AB) \cap (ED)$

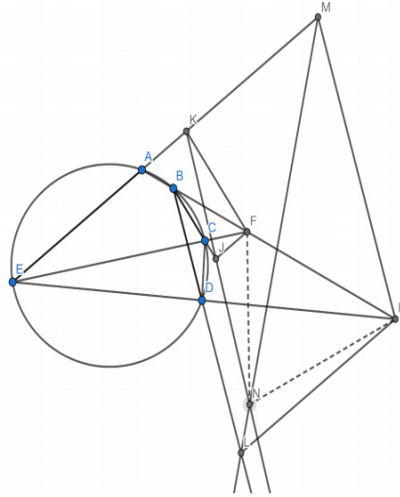
K is the point of intersection of the line AE and the line parallel to the line BC passing through F .

J is the point of intersection of the line BC and the line parallel to the line AE passing through F .

M is the point of intersection of the line AE and the line parallel to the line BD passing through H .

L is the point of intersection of the line BD and the line parallel to the line AE passing through H .

Show that $NF = NH$ and that N is the intersection point of the lines KJ and ML .



Solution

The triangles AKF and FKE are similar, indeed:

They have a common angle and $\angle AFK = \angle BFK = \angle CBF = \angle AEC = \angle KEF$

(Since $(BC) \parallel (EF)$ and $ABCE$ is cyclic). So,

$$\frac{KF}{KA} = \frac{KE}{KF} \Leftrightarrow KF^2 = KA \times KE = \text{Pow}_{(\omega)}(K) \quad (1)$$

Similarly, the triangles JBF and JFC are similar. Then,

$$\frac{JF}{JC} = \frac{JB}{JF} \Leftrightarrow JF^2 = JC \times JB = \text{Pow}_{(\omega)}(J) \quad (2)$$

Therefore, if we consider (F) as a point circle (of radius 0), $\text{Pow}_{(F)}(J) = JF^2$

According to (1) and (2), the line KJ is the radical axis of (ω) and (F) .

Similarly, by the quadrilateral $ABDF$, we prove that the line ML is the radical axis of (ω) and (H) .

We know that the three radical axes of the three circles (ω) , (F) et (H) , are concurrent or parallel. As they cannot be parallel, since AB not a diameter, then the point N belongs to the radical axes of (F) and (H) , so it is the perpendicular bisector of the segment FH .

We deduce that $NF = NH$.

Problem (مصر)

Let ABCD be a convex quadrilateral, O_1 and O_2 be the centers of the two inner circles of $\triangle ABC$ and $\triangle DCB$ respectively. The line O_1O_2 intersects the lines AB and DC at the points E and F respectively.

Suppose lines DC and AB intersect at P, and $PE = PF$. Prove that the points A, B, C, D are concyclic.

Solution

$$PE = PF \Rightarrow \angle PEF = \angle PFE \quad (1)$$

O_1 is the incenter of $\triangle ABC$.

$$\angle EBO_1 = \angle O_1BC \quad (2)$$

$$\angle PEF = \angle O_2O_1B - \angle EBO_1 \quad (3)$$

From (2) and (3) we get

$$\angle PEF = \angle O_2O_1B - \angle O_1BC \quad (4)$$

Similarly,

$$\angle PFE = \angle O_1O_2C - \angle FCO_2 = \angle O_1O_2C - \angle O_2CB \quad (5)$$

From (4) and (5) we get

$$\angle O_2O_1B - \angle O_1BC = \angle O_1O_2C - \angle O_2CB$$

$$\angle O_2O_1B + \angle O_2CB = \angle O_1O_2C + \angle O_1BC \quad (6)$$

$$\angle O_2O_1B + \angle O_2CB + \angle O_1O_2C + \angle O_1BC = 2\pi \quad (7)$$

From (6) and (7) we get

$\angle O_2O_1B + \angle O_2CB = \pi$, so, the points O_1, O_2, B and C lie in the same circle.

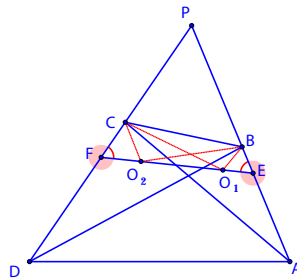
$$\angle BO_1C = \angle BO_2C$$

$$\angle O_1BC + \angle O_1CB = \angle O_2BC + \angle O_2CB$$

$$\angle ABC + \angle ACB = \angle DBC + \angle DCB$$

$$\Rightarrow \angle BAC = \angle BDC$$

Therefore, the points A, B, C and D lie in the same circle.



Problem (العراق)

Find the value of x and y from the figure:

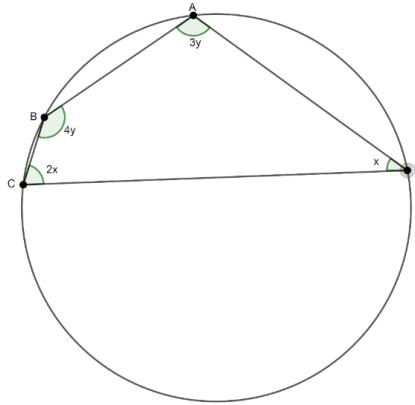
Solution

$$3x + 7y = 360 \quad (1)$$

Let O the center of the circle, we get $x = 180 - 4y = \frac{1}{2} \angle AOC$

$$x + 4y = 180 \quad (2)$$

(1) and (2) give $x = y = 36$



مسائل في نظرية الأعداد

مسألة (الجزائر)

ليكن p عددا أوليا فرديا.

لكل عدد طبيعي k يحقق $1 \leq k \leq p-1$ ، نرمز بـ ak لعدد قواسم المقدار $kp + 1$

المحصور تماما بين k و p . أوجد قيمة $a_1 + a_2 + \dots + a_{p-1}$

ملاحظة: يمكن أيضا تبسيط المسألة بوضع السؤال التالي:

أثبت أن: $a_1 + a_2 + \dots + a_{p-1} = p-2$

الحل

لنبرهن أن جميع الأعداد من 2 إلى $p-1$ تظهر مرة واحدة بالتحديد.

نبدأ إذن بافتراض التالي:

هناك قاسم d نقوم بعده في a_i و a_j أي أن هناك: $1 \leq i < j \leq p-1$ و $j < d < p$

بحيث $d/i + 1$ و $d/j + 1$ أي $d/p(j-i)$ ولكن p و d أوليان نسبيا ومنه، من

تمهيدية Gauss، نجد: $d/(j-i)$ وهذا تناقض لأن $d > j$.

وهكذا نكون قد برهننا أن كل قاسم لا يظهر أكثر من مرة واحدة.

الآن لماذا تظهر كل هذه الأعداد؟

ليكن $2 \leq k \leq p-1$ ، سنبين أن k يُعدّ على الأقل مرة.

من بين الأعداد الـ $(k-1)$: $p+1, 2p+1, \dots, (k-1)p+1$

كلهم مختلف عن 1 بتريديد $\text{mod } k$ لأن k و p أوليان فيما بينهما.

ومنه يوجد عدد من بينهم يقبل القسمة على k .

وبالتالي: $a_1 + a_2 + \dots + a_{p-1} = p-2$

Problem (مصر)

Find all positive integers x, y which satisfy the system: $\begin{cases} x^2 + y^2 = 85113 \\ \text{L.C.M}(x, y) = 1764 \end{cases}$

Solution

Let $\text{GCD}(x, y) = \alpha$ then $x = \alpha m$ and $y = \alpha n$.

$$\begin{cases} \alpha^2 m^2 + \alpha^2 n^2 = 3^2 \times 7^2 \times 193 \\ \alpha mn = 1764 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \alpha^2 (m^2 + n^2) = 21^2 \times 193 \\ \alpha mn = 1764 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \alpha = 21$$

$$\begin{cases} m^2 + n^2 = 193 \\ mn = 84 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (m+n)^2 = 193 + 2mn \\ mn = 84 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} (m+n)^2 = 361 \\ mn = 84 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m+n = 19 \\ mn = 84 \end{cases}$$

Hence, m and n are the roots of $\beta^2 - 19\beta + 84 = 0$.

$$\Rightarrow (\beta - 7)(\beta - 12) = 0 \Rightarrow \beta = 7 \text{ or } \beta = 12$$

$$\Rightarrow m = 7 \text{ and } n = 12 \text{ or } m = 12 \text{ and } n = 7$$

$$\Rightarrow x = 21 \times 7 = 147 \text{ and } y = 21 \times 12 = 252 \text{ or } x = 252 \text{ and } y = 147$$

Problem (الإمارات العربية المتحدة)

1) Compute the sum

$$\sqrt{1 + \frac{1}{1^2} + \frac{1}{2^2}} + \sqrt{1 + \frac{1}{1^2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2}} + \dots + \sqrt{1 + \frac{1}{1^2} + \dots + \frac{1}{2019^2} + \frac{1}{2020^2}}$$

2) If a, b, c are positive integers less than 13 such that

$$2ab + bc + ca \equiv 0 \pmod{13}$$

$$ab + 2bc + ca \equiv 6abc \pmod{13}$$

$$ab + bc + 2ca \equiv 8abc \pmod{13}$$

Then determine the remainder when $a + b + c$ divided by 13.

Solution

1) For a positive integer n, we can write:

$$1 + \frac{1}{n^2} + \frac{1}{(n+1)^2} = \frac{(n^2 + n + 1)^2}{n^2(n+1)^2} \quad \text{Therefore}$$

$$\sqrt{1 + \frac{1}{n^2} + \frac{1}{(n+1)^2}} = \frac{n^2 + n + 1}{n(n+1)} = 1 + \frac{1}{n(n+1)}$$

Hence the given sum is:

$$\sum_{n=1}^{2019} \left(1 + \frac{1}{n(n+1)}\right) = \sum_{n=1}^{2019} \left(1 + \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}\right) = 2020 - \frac{1}{2020}$$

2) As 13 is prime, we may multiply each equation by $(abc)^{-1}$:

$$2c^{-1} + a^{-1} + b^{-1} \equiv 0 \pmod{13} \quad (1)$$

$$c^{-1} + 2a^{-1} + b^{-1} \equiv 6 \pmod{13} \quad (2)$$

$$c^{-1} + a^{-1} + 2b^{-1} \equiv 8 \pmod{13} \quad (3)$$

Adding (1); (2); (3) we get:

$$4(a^{-1} + b^{-1} + c^{-1}) \equiv 1 \pmod{13} \Rightarrow a^{-1} + b^{-1} + c^{-1} \equiv 10 \pmod{13} \quad (4)$$

From (1) and (4) we get: $c^{-1} \equiv -10 \pmod{13} \Rightarrow c^{-1} \equiv 3 \pmod{13} \Rightarrow c \equiv 9 \pmod{13}$

Similarly, we get: $a \equiv 3 \pmod{13}; b \equiv 6 \pmod{13} \Rightarrow a + b + c \equiv 5 \pmod{13}$

Problem (اللجنة العلمية المركزية)

what are the last two digits of 97^{9797} ?

Solution

$$\begin{aligned} 97^{9797} &= (100 - 3)^{9797} \\ &= 100^{9797} - \binom{9797}{1} 100^{9796} \times 3 + \binom{9797}{2} 100^{9795} \times 3^2 + \dots \\ &\quad + \binom{9797}{9797} 100 \times 3^{9796} - 3^{9797} \end{aligned}$$

Then $97^{9797} \equiv -3^{9797} \pmod{100} \equiv 3 \times 9^{9798} \pmod{100}$

Since then $9^{10} \equiv 1 \pmod{100}$ then $9^{9797} \equiv 37 \pmod{100}$.

Therefore, the last two digits of 97^{9797} are 37.

Problem (اللجنة العلمية المركزية)

Let $a_1, a_2, \dots, a_k, a_{k+1}, \dots, a_n$ n reals numbers such that:

$$\forall i \in \{1, \dots, k\}; a_i < 0 \text{ and } \forall j \in \{k+1, \dots, n\}; a_j > 0 \text{ and } \sum_{i=1}^n a_i = 0.$$

what is the sign of the sum $\sum_{i=1}^n ia_i$?

Solution

$$\text{We have } a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_k + a_{k+1} + \dots + a_n = 0 \quad (\text{Line 1})$$

$$a_2 + a_3 + \dots + a_k + a_{k+1} + \dots + a_n > 0 \quad (\text{Line 2})$$

$$a_3 + \dots + a_k + a_{k+1} + \dots + a_n > 0 \quad (\text{Line 3})$$

\vdots

$$a_k + a_{k+1} + \dots + a_n > 0 \quad (\text{Line } k)$$

$$a_{k+1} + a_{k+2} + \dots + a_n > 0 \quad (\text{Line } k+1)$$

\vdots

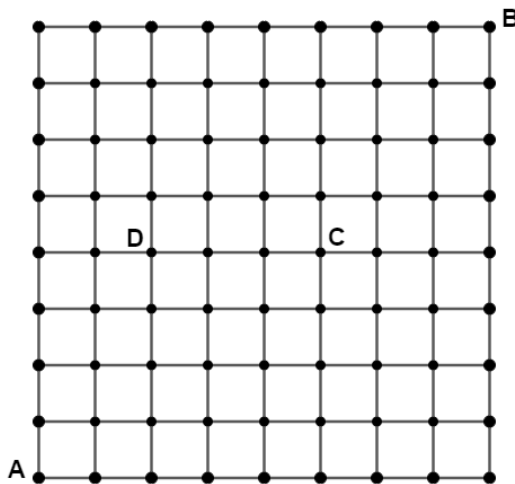
$$a_n > 0 \quad (\text{Line } n)$$

Adding all the lines, we obtain: $a_1 + 2a_2 + \dots + ka_k + (k+1)a_{k+1} + \dots + na_n > 0$

مسائل في التركيبات

مسألة (فلسطين)

الشكل أدناه يمثل مربعا 8×8 . أجب عن الأسئلة الآتية:



أ. كم عدد المسارات من A إلى B مروراً بالنقطة C إذا كانت الحركة مسموحة لليمين والأعلى فقط؟

ب. كم عدد المسارات التي لا يكون المسار CD جزءاً منها؟

الحل

ج. المسار على الشبكة مروراً بالنقطة C سينقسم إلى جزأين الأول من النقطة A إلى النقطة C أي شبكة من النوع 5×4

والثاني من النقطة C إلى النقطة B وشبكة من النوع 4×3 وبالتالي عدد المسارات المكوّنة للجزء الأول يساوي $\frac{9!}{5!4!} = 126$ ، وعدد المسارات المكوّنة للجزء الثاني يساوي $\frac{7!}{3!4!} = 35$.

وعدد المسارات الكلي يساوي $126 \times 35 = 4410$

د. من الأسهل حساب عدد المسارات التي يكون CD جزءاً منها وهي:

$$\frac{6!}{2!4!} \times \frac{7!}{3!4!} = 15 \times 35 = 525$$

عدد المسارات الكلي للحصول على المطلوب يساوي:

$$\frac{16!}{8!8!} - \left(\frac{6!}{2!4!} \times \frac{7!}{3!4!} \right) = 12870 - 525 = 12345$$

مسألة (اللجنة العلمية المركزية)

X هي مجموعة تتكوّن من 811 عنصراً من المجموعة $E = \{1, 2, 3, \dots, 2019, 2020\}$

أثبت أنّه يوجد عنصران على الأقل من المجموعة X بحيث يكون مجموعهما قابلاً للقسمة على 10.

الحل

$$2020 = 10 \times 202 = 10 + 10 \times 201$$

$$E = \bigcup_{k=0}^{201} \{1+10k, 2+10k, \dots, 10+10k\}$$

بهذه الكتابة، تمثل المجموعة E اتحاد 220 مجموعة جزئية كلّ منها تحتوي على عنصر وحيد باقى قسمته على 10 يساوي i حيث $0 \leq i \leq 9$.

$$\text{لنضع } E = \bigcup_{i=0}^{i=9} E_i \text{ حيث: } E_0 = \{10+10k, 0 \leq k \leq 201\}$$

$$\text{و } E_i = \{i+10k, 0 \leq k \leq 201\}, 0 \leq i \leq 9$$

لنفترض أنه لا يوجد عنصران من المجموعة X بحيث يكون مجموعهما قابلا للقسمة على 10.

X يحتوي على 202 عنصرا على الأكثر تنتمي إلى $E_1 \cup E_9$.

X يحتوي على 202 عنصرا على الأكثر تنتمي إلى $E_2 \cup E_8$.

X يحتوي على 202 عنصرا على الأكثر تنتمي إلى $E_3 \cup E_7$.

X يحتوي على 202 عنصرا على الأكثر تنتمي إلى $E_4 \cup E_6$.

X يحتوي على عنصر وحيد ينتمي إلى E_0 .

X يحتوي على عنصر وحيد ينتمي إلى E_5 .

نلاحظ أن عدد عناصر المجموعة X لا يتجاوز 810 وهذا يناقض المعطى 811 لهذا العدد وبالتالي يمكن استنتاج المطلوب.

Problem (الإمارات العربية المتحدة)

On a circular road having 21 bus stops which are equidistant from the adjacent bus stops (immediate to the preceding and succeeding bus stops). Considering each bus stop as a vertex, triangles are formed by joining the vertices.

How many of them are acute angled triangles? How many of them are right angled triangles? How many of them are obtuse angled triangles? How many of them are acute equilateral? How many of them are isosceles?

Solution

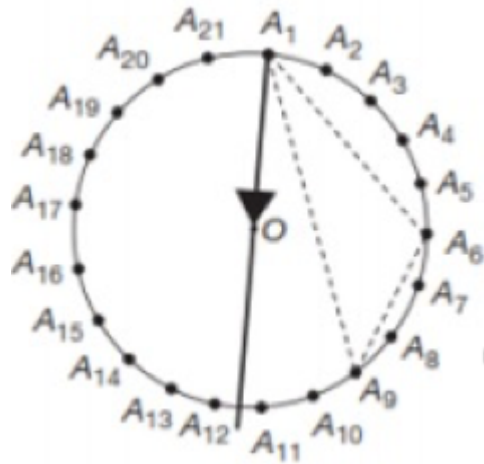
Since this is a regular polygon with odd number of vertices, no two of the vertices are placed diagonally opposite. So, there is no right-angled triangles. Hence number of right-angled triangles is zero.

Let A be the number of the acute angled triangles. To form a triangle, we need to choose 3 vertices out of the 21 vertices which can be done in

$C_{21}^3 = \frac{21 \cdot 20 \cdot 19}{6} = 1330$ ways. Since the triangles are either acute or obtuse, we get: $A + O = 1330$.

Let us find O , the obtuse angled triangles first.

Draw one diameter say passing through A_1 . Now let us count all obtuse angle triangle on right side of the diameter and having one vertex at A_1 . For these triangles we need two more vertices out of A_1 to A_{11} . Which can be selected by C_{10}^2 ways.



Hence total number of obtuse angle triangles is $21C_{10}^2 = 945$.

Now acute angle triangles: $A = 1330 - 945 = 385$.

A triangle $A_i A_j A_k$ is equilateral if A_i, A_j, A_k are equally spaced.

Out of $A_1 A_2 A_3 \dots A_{20} A_{21}$ we have only 7 such triplets: $A_1 A_8 A_{15}, A_2 A_9 A_{16}, \dots, A_7 A_{14} A_{21}$

Therefore, there are only 7 equilateral triangles.

Consider the diameter $A_1 O B$ where B is the point where $A_1 O$ meets the circle. If we have an isosceles triangle A_1 as its vertex, then $A_1 B$ is the altitude and the base is bisected by $A_1 B$, this means that the other two vertices, A_j and A_k are equally spaced from B . We have 10 such pairs. So, we have 10 isosceles triangles with A_1 as vertex of which one is equilateral.

Because proper isosceles triangle (not equilateral) with A_1 as vertex are 9, with each vertex $A_i, i \in \{1, 2, \dots, 21\}$ we have 9 such isosceles triangles. So, total number of isosceles triangles but not-equilateral triangles are $9 \times 21 = 189$.

But the 7 equilateral triangles are also to be considered as isosceles. The total number of isosceles triangles is $189 + 7 = 196$.

Problem (اللجنة العلمية المركزية)

Given three cubes with integer edge lengths. If the sum of the areas of all the faces is 564 cm^2 , what is the sum of the volumes of the three cubes?

Solution

Denote the edge lengths of the three cubes as a , b , and c , respectively.

We have $6(a^2 + b^2 + c^2) = 564$. Then, $a^2 + b^2 + c^2 = 94$.

We may assume that $1 \leq a \leq b \leq c < 10$. Then, $3c^2 \geq a^2 + b^2 + c^2 = 94$. It follows that $c^2 > 31$, so $6 \leq c < 10$, and this means that c can be only 9, 8, 7 or 6.

- If $c = 9$, then $a^2 + b^2 = 94 - 81 = 13$. It is easy to see that $a = 2$ and $b = 3$. So, we get the solution $(a, b, c) = (2, 3, 9)$, and the sum of the volumes of the three cubes is $a^3 + b^3 + c^3 = 2^3 + 3^3 + 9^3 = 8 + 27 + 729 = 764 \text{ cm}^3$.
- If $c = 8$, then $a^2 + b^2 = 94 - 64 = 30$. This means that $b \geq 4$ and $2b^2 \geq 30$ it follows that $b = 4$ or 5 , so $a^2 = 5$ or 14 , in both cases a has no integer solution.
- If $c = 7$, then $a^2 + b^2 = 94 - 49 = 45$. It is easy to see that $a = 3$ and $b = 6$. So, we get the solution $(a, b, c) = (3, 6, 7)$, and the sum of the volumes of the three cubes is $3^3 + 6^3 + 7^3 = 586 \text{ cm}^3$.
- If $c = 6$, then $a^2 + b^2 = 94 - 36 = 58$. So, $2b^2 \geq 58$, or $b^2 \geq 29$. This means that $b \geq 6$, but $b \geq c = 6$, so $b = 6$. Then, $a^2 = 22$, and a cannot be an integer.

Problem (مصر)

There are n points in the plane such that no three of them are collinear. Prove that the number of triangles whose vertices are chosen from these n points and have the same area is not greater than $\frac{2}{3}(n^2 - n)$.

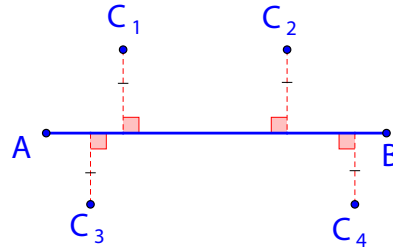
Solution

Let the number of such triangles be k .

We count pairs (edge, triangle) such that the triangle contains the edge.

If the number of such pairs is P then $P = 3k$ where each triangle has 3 edges.

On the other hand for any edge AB there are at most four points such that the triangles they form with A and B triangles have the same area.



This is because those points have to be the same distance from the line AB and no three of them are collinear.

Hence, P is at most 4 times the number of edges which is at most $\binom{n}{2}$.

$$P \leq 4 \binom{n}{2} \Rightarrow 3k \leq 4 \binom{n}{2}$$

$$\Rightarrow k \leq \frac{2}{3}n(n-1) = \frac{2}{3}(n^2 - n).$$

الاختبار والحلول ومقاييس الإصلاح

انطلاق اختبارات مسابقة أولمبياد الرياضيات العربي الدورة الثانية - عن بعد، انطلقت اليوم الاثنين الموافق لـ 21 ديسمبر الجاري مسابقة أولمبياد الرياضيات العربي (الدورة الثانية) 2020 بواسطة تقنيات الاتصال المرئي والمسموع، من خلال منصة إلكترونية صمّمت لهذا الحدث، تم بها توزيع الاختبارات على الفرق العربية المشاركة في وقت واحد. وتدوم فترة الاختبار أربع ساعات ونصف، في قاعة مجهزة ومؤمنة من قبل الجهات الرسمية لكل دولة.



مسألة 1

(1) لتكن x و y و z و t أعداد حقيقية موجبة بحيث $xyzt=1$.

$$\text{أثبت أن } \frac{1}{1+x} + \frac{1}{1+y} + \frac{1}{1+z} + \frac{1}{1+t} \geq 1$$

(2) أثبت أنه لكل أعداد حقيقية موجبة، a و b و c و d ، $\frac{a^2}{a^2+bc} + \frac{b^2}{b^2+cd} + \frac{c^2}{c^2+da} + \frac{d^2}{d^2+ab} \leq 3$

مسألة 2

ليكن ABC مثلثاً غير قائم و H قدم ارتفاعه الصادر من A .

نرمز بـ I و J و K إلى منتصفات القطع AB و AC و IJ ، على التوالي.

بين أن الدائرة $C1$ التي تمرّ من K والمماسّة للمستقيم AB في I والدائرة $C2$ التي تمرّ من K والمماسّة للمستقيم AC في J تتقاطعان في نقطة ثانية K' وأنّ النقط H و K و K' على استقامة واحدة.

مسألة 3

شارك خمسة شبّان A و B و C و D و E في مسابقة يتمّ في نهايتها ترتيبهم حسب التفوق من المرتبة الأولى إلى المرتبة الخامسة. قبل انطلاق المسابقة، خمّن شخصان X و Y كل على حده ترتيباً ممكناً للمتسابقين الخمسة.

توقّع X الترتيب التالي (الذي يُقرأ من اليسار إلى اليمين)، $ABCDE$

توقّع Y الترتيب التالي (الذي يُقرأ من اليسار إلى اليمين)، $DAECB$

عند نهاية المسابقة وحسب الترتيب النهائي، تبين أن:

- X لم يقدّم أيّ متسابق في الرتبة الصحيحة كما لم يقدّم أي زوج لمتسابقين إثنين متتاليين في الترتيب الصحيح.

- Y قدّم متسابقين إثنين في رتبتيهما الصحيحتين كما قدّم زوجين لمتسابقين إثنين متتاليين في الترتيب الصحيح.

حدّد الترتيب النهائي للشبّان الخمسة في هذه المسابقة (يُعطى الترتيب النهائي من اليسار إلى اليمين).

مسألة 4

نقول عن عدد صحيح أكبر من 1، أنه "حسابي" إذا يُمكن كتابته كمجموع على الأقل لعددين صحيحين موجبين متتاليين (مثال: العددان 5 و 12 "حسابيان" بما أن $5 = 2 + 3$ و $12 = 3 + 4 + 5$).

1. أثبت أن كل عدد يُكتب على شكل قوّة للعدد 2 ليس "حسابيا".

2. بين أن الأعداد التي تُكتب على شكل $2^{\alpha} \cdot p_1^{\alpha_1} p_2^{\alpha_2} \dots p_r^{\alpha_r}$ هي أعداد "حسابية"، حيث $r \geq 2$ و p_1, p_2, \dots, p_r أعداد أولية فردية بحيث $p_1 < p_2 < \dots < p_r$ و $\alpha, \alpha_1, \dots, \alpha_r$ أعداد صحيحة موجبة و α عدد صحيح غير سالب.

3. أوجد كل الكتابات الممكنة للعدد 2020 كمجموع على الأقل لعددين صحيحين موجبين متتاليين.

Problem 1

1) Let x, y, z and t be positive real numbers, such that $xyz = 1$.

Prove that $\frac{1}{1+x} + \frac{1}{1+y} + \frac{1}{1+z} + \frac{1}{1+t} \geq 1$.

2) Show that for all positive real numbers a, b, c and d ,

$$\frac{a^2}{a^2 + bc} + \frac{b^2}{b^2 + cd} + \frac{c^2}{c^2 + da} + \frac{d^2}{d^2 + ab} \leq 3.$$

Problem 2

Let ABC be an oblique triangle and H be the foot of the altitude passing through the vertex A . We denote by I, J and K the respective midpoints of the segments AB, AC and IJ .

Show that the circle C_1 passing through the point K and tangent to the line AB at I , and the circle C_2 passing through the point K and tangent to the line AC at J , intersect at a second point K' , and that H, K and K' are collinear.

Problem 3

Five youth A, B, C, D and E have taken part in a certain competition, after which they will be classified in order of merit from the 1st to the 5th. Before the competition, two persons X and Y tried to guess the rankings.

X thought that the ranking would be ABCDE

Y thought that the ranking would be DAEBC

At the end of the competition and according to the final rankings, it was revealed that:

- X didn't correctly guess any rankings of the participants, and moreover, didn't guess any of the orderings of pairs of consecutive participants.
- Y guessed the correct rankings of two participants and the correct ordering of two pairs of consecutive participants.

Give the final ranking of the five youth in this competition.

Problem 4

We say that an integer greater than 1, is "arithmetic" if it can be written as a sum of at least two consecutive positive integers (Examples: 5 and 12 are "arithmetic", indeed $5 = 2 + 3$ and $12 = 3 + 4 + 5$).

1. Prove that any power of 2 is not "arithmetic".
2. Show that the numbers of the form $2^\alpha p_1^{\alpha_1} p_2^{\alpha_2} \dots p_r^{\alpha_r}$ are "arithmetic", where $r \geq 2$ and p_1, p_2, \dots, p_r are odd prime numbers such that $p_1 < p_2 < \dots < p_r$, and $\alpha_1, \dots, \alpha_r$ are positive integers and α is a nonnegative integer.
3. Determine all the writings of 2020 as a sum of at least two consecutive positive integers.

Problème 1

1. Soient x, y, z et t des réels positifs tels que $xyz = 1$.

Prouver que $\frac{1}{1+x} + \frac{1}{1+y} + \frac{1}{1+z} + \frac{1}{1+t} \geq 1$.

2. Montrer que pour tous réels strictement positifs a, b, c et d ,

$$\frac{a^2}{a^2 + bc} + \frac{b^2}{b^2 + cd} + \frac{c^2}{c^2 + da} + \frac{d^2}{d^2 + ab} \leq 3.$$

Problème 2

Soit ABC un triangle non rectangle et H le pied de sa hauteur issue de A.

Les points I, J et K désignent les milieux respectifs des segments [AB], [AC] et [IJ].

Montrer que le cercle C1 passant par K et tangent à la droite (AB) en I et le cercle C2 passant par K et tangent à la droite (AC) en J se recoupent en un point K' et que H, K et K' sont alignés.

Problème 3

Cinq jeunes A, B, C, D et E participent à une compétition, suite à laquelle ils seront classés par ordre de mérite du 1er au 5ème. Avant la compétition, deux personnes X et Y devinent, chacun, un classement possible des cinq participants.

X donne le classement suivant: ABCDE

Y donne le classement suivant DAECB

À la fin de la compétition et d'après le classement final, il s'avère que :

- X n'a donné aucun participant dans son rang exact, et en plus il n'a donné aucune paire de deux participants consécutifs dans un ordre exact.
- Y a donné les rangs exacts de deux participants, et il a donné deux paires de deux participants consécutifs dans un ordre exact.

Donner le classement final de ces cinq jeunes dans cette compétition.

Problème 4

Un entier naturel supérieur à 1 est dit «arithmétique» s'il peut s'écrire comme somme d'au moins deux entiers naturels consécutifs et non nuls (Exemples: 5 et 12 sont «arithmétiques», en effet $5 = 2 + 3$ et $12 = 3 + 4 + 5$).

1. Prouver que toute puissance de 2 n'est pas «arithmétique».
2. Montrer que les nombres qui s'écrivent sous la forme $2^\alpha \cdot p_1^{\alpha_1} p_2^{\alpha_2} \dots p_r^{\alpha_r}$ sont «arithmétiques», où $r \geq 2$ et p_1, p_2, \dots, p_r sont des nombres premiers impairs

tels que $p_1 < p_2 < \dots < p_r$, et $\alpha_1, \dots, \alpha_r$ sont des entiers naturels non nuls et α est un entier naturel.

3. Déterminer toutes les écritures possibles de 2020 comme somme d'au moins deux entiers naturels consécutifs et non nuls.

مسألة 1

4. لتكن x و y و z و t أعداد حقيقية موجبة بحيث $xyzt=1$

$$\text{أثبت أن } \frac{1}{1+x} + \frac{1}{1+y} + \frac{1}{1+z} + \frac{1}{1+t} \geq 1$$

$$5. \frac{a^2}{a^2+bc} + \frac{b^2}{b^2+cd} + \frac{c^2}{c^2+da} + \frac{d^2}{d^2+ab} \leq 3$$

حلّ

حلّ 1

1. $xyzt=1$ ، إذن يكون جداء عددين من بين الأعداد x و y و z و t أصغر أو يساوي

1.

نعتبر مثلا أن $xy \leq 1$.

$$\begin{aligned} xy \leq 1 &\Rightarrow 1+x+y+xy \leq 2+x+y \\ &\Rightarrow \frac{1}{1+x+y+xy} \geq \frac{1}{2+x+y} \Rightarrow \frac{2+x+y}{1+x+y+xy} \geq 1 \\ &\Rightarrow \frac{1}{1+x} + \frac{1}{1+y} \geq 1 \Rightarrow \frac{1}{1+x} + \frac{1}{1+y} + \frac{1}{1+z} + \frac{1}{1+t} \geq 1 \end{aligned}$$

حلّ 2

$$\begin{aligned} \frac{1}{1+x} + \frac{1}{1+y} + \frac{1}{1+z} + \frac{1}{1+t} &= \frac{\sum_{\text{Cyclic}}^{x,y,z,t} (1+y)(1+z)(1+t)}{(1+x)(1+y)(1+z)(1+t)} \\ &= \frac{\sum_{\text{Cyclic}}^{x,y,z,t} (1+y+z+t+yz+yt+zt+yzt)}{(1+x+y+xy)(1+z+t+zt)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& 4 + \sum_{\text{Cyclic}}^{x,y,z,t} (y+z+t+yz+yt+zt+yzt) \\
&= \frac{2+(x+y+z+t)+(xy+xz+xt+yz+yt+zt)+(xyz+xyt+xzt+xtz)}{2+(x+y+z+t)+(xy+xz+xt+yz+yt+zt)+(xyz+xyt+xzt+xtz)} \\
&= \frac{4+3(x+y+z+t)+2(xy+xz+xt+yz+yt+zt)+(xyz+xyt+xzt+xtz)}{2+(x+y+z+t)+(xy+xz+xt+yz+yt+zt)+(xyz+xyt+xzt+xtz)} \\
&= 1 + \frac{2+2(x+y+z+t)+(xy+xz+xt+yz+yt+zt)}{2+(x+y+z+t)+(xy+xz+xt+yz+yt+zt)+(xyz+xyt+xzt+xtz)} \geq 1 \\
&\quad \cdot xyzt = 1 \text{ لدينا } t = \frac{d^2}{ab}; z = \frac{c^2}{da}; y = \frac{b^2}{cd}; x = \frac{a^2}{bc} \\
&\frac{d^2}{d^2+ab} = 1 - \frac{1}{1+t}; \frac{c^2}{c^2+da} = 1 - \frac{1}{1+z}; \frac{b^2}{b^2+cd} = 1 - \frac{1}{1+y}; \frac{a^2}{a^2+bc} = 1 - \frac{1}{1+x} \\
&\frac{a^2}{a^2+bc} + \frac{b^2}{b^2+cd} + \frac{c^2}{c^2+da} + \frac{d^2}{d^2+ab} = 4 - \left(\frac{1}{1+x} + \frac{1}{1+y} + \frac{1}{1+z} + \frac{1}{1+t} \right) \\
&\quad \cdot \frac{a^2}{a^2+bc} + \frac{b^2}{b^2+cd} + \frac{c^2}{c^2+da} + \frac{d^2}{d^2+ab} \leq 3
\end{aligned}$$

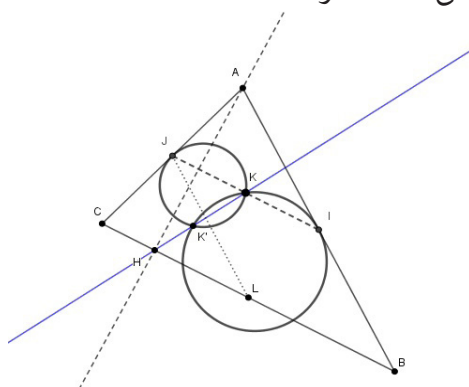
مسألة 2

ليكن ABC مثلثا غير قائم و H قدم ارتفاعه الصادر من A .

نرمز بـ I و J و K إلى منتصفات القطع AB و AC و IJ ، على التوالي.

بيّن أنّ الدائرة $C1$ التي تمرّ من K والمماسّة للمستقيم AB في I والدائرة $C2$ التي تمرّ من K والمماسّة للمستقيم AC في J تتقاطعان في نقطة ثانية K' وأنّ النقاط H و K و K' على استقامة واحدة.

حلّ



- إذا اعتبرنا الدائرتين $C1$ و $C2$ متماستان في K فإن المماس المشترك لهما في K يقطع كلا المستقيمين AB و AC في نقطتين M و N ، على التوالي ونستنتج أن $\angle MKI = \angle MIK = \angle NJK = \angle JKN$ وبالتالي $MI \parallel NJ$ أي $AB \parallel AC$ وهذا غير ممكن.

- L منتصف BC و $H1$ نقطة تقاطع المستقيمين BC و KK' .

إذن $\angle JK'K = \angle AJK$ و $\angle IK'K = \angle AIK = \angle LJK = \angle ABC$

من جهة أخرى، لدينا K منتصف القطعتين AL و IJ ، نستنتج أن المثلثين LJA و $IK'J$ متشابهان.

لدينا $\angle LH_1K = \angle JKK' = \angle AKJ = \angle KLH_1$ ، إذن المثلث KLH_1

متساوي الساقين رأسه K .

نعلم أن $KA = KL = KH_1$ و K منتصف AL إذن $H_1 A \perp H_1 L$ وبالتالي $H_1 = H$.

مسألة 3

شارك خمسة شبان A و B و C و D و E في مسابقة يتم في نهايتها ترتيبهم حسب درجة التمييز من المرتبة الأولى إلى المرتبة الخامسة. قبل انطلاق المسابقة، حَمَن شخصان X و Y كل على حده ترتيباً ممكناً للمتسابقين الخمسة.

توقع X الترتيب التالي من اليسار إلى اليمين $A B C D E$

توقع Y الترتيب التالي من اليسار إلى اليمين $D A E C B$

عند نهاية المسابقة وحسب الترتيب النهائي، تبين أن:

- X لم يقدم أي متسابق في الرتبة الصحيحة كما لم يقدم أي زوج لمتسابقين متتاليين في الترتيب الصحيح.

- Y قدم متسابقين إثنين في رتبتيهما صحيحتين كما قدم زوجين لمتسابقين متتاليين في الترتيب الصحيح.

حدّد الترتيب النهائي للشبّان الخمسة في هذه المسابقة (يُعطى الترتيب من اليسار إلى اليمين).

الجواب: EDACB

حلّ 1

يقدم الجدول التالي توقّع الشخصين X و Y:

	1 st	2 nd	3 rd	4 th	5 th	
X	A	B	C	D	E	0 ترتيب صحيح لمتسابقين متتاليين + 0 رتبة صحيحة
Y	D	A	E	C	B	ترتيبان صحيحان لمتسابقين متتاليين + رتبتان صحيحتان

توقّع Y الأزواج التالية لمتسابقين متتاليين: DA, AE, EC, CB، اثنان منها مدرجة بالترتيب النهائي للمتسابقين.

يمكن أن يحتل الزوج DA الترتيب الوارد بأحد المواقع الأربعة التالية: 1st أو 2nd أو 3rd أو 4th أو 5th

♦ موقع DA: 1st 2nd

هناك $3! = 6$ إمكانيات لترتيب المتسابقين B و C و E، كما يبيّنه الجدول التالي:

1 st	2 nd	3 rd	4 th	5 th	القرار
D	A	B	C	E	لا
D	A	B	E	C	لا
D	A	C	B	E	لا
D	A	C	E	B	لا
D	A	E	B	C	لا
D	A	E	C	B	لا

◆ موقع DA:

1 st	2 nd	3 rd	4 th	5 th	القرار
B	D	A	C	E	لا
B	D	A	E	C	لا
C	D	A	B	E	لا
C	D	A	E	B	لا
E	D	A	B	C	لا
E	D	A	C	B	نعم

يكون الترتيب النهائي للشبان الخمسة كما يلي: E D A C B

ملاحظات:

يمكن دراسة موقعين آخرين للزوج DA (4th 5th أو 3rd 4th) وهي تؤدي إلى مقترحات خاطئة.

تمثي مماثل بالنسبة إلى الزوج CB يؤدي إلى المقترح الصحيح.

تمثي مماثل بالنسبة إلى كل من الزوجين AE و EC يؤدي إلى مقترحات خاطئة.

عوضاً عن اعتبار الأزواج يمكن اعتماد تمثي لكل رتبة ومقارنة نتيجة كل حالة مع

مقترحي X و Y.

حل 2

ننطلق من مقترح Y: DA ECB

نأخذ بعين الاعتبار مقترح X: ABCDE

انطلاقاً من مقترح Y، نختار أحد المتسابقين ونعتبره في رتبته الصحيحة ثم نرفق له

متسابق ثان باعتبارها في رتبته الصحيحة. نكتب في كل حالة هذين المتسابقين باللون

الأحمر. نتحصل على ما يلي:

1 st	2 nd	3 rd	4 th	5 th	القرار
D	C	E	A	B	لا
D	C	A	E	B	لا
D	E	A	C	B	لا
C	A	E	B	D	لا
B	A	E	C	D	لا
E	A	B	C	D	لا
E	A	D	C	B	لا
B	A	E	C	D	لا
E	A	D	C	B	لا
C	A	D	E	B	لا
B	D	E	C	A	لا
E	D	A	C	B	نعم

مسألة 4

نقول عن عدد صحيح أكبر من 1، أنه "حسابي" إذا يُمكن كتابته كمجموع على الأقل لعددین صحيحین موجبین متتاليين

(مثال: العددان 5 و 12 "حسابيان" بما أنّ $5 = 2 + 3$ و $12 = 3 + 4 + 5$).

أثبت أنّ كلّ عدد يُكتب على شكل قوّة للعدد 2 ليس "حسابيا".

بين أنّ الأعداد التي تُكتب على شكل $2^\alpha \cdot p_1^{\alpha_1} p_2^{\alpha_2} \dots p_r^{\alpha_r}$ هي أعداد "حسابية"، حيث $r \geq 2$ و p_1, p_2, \dots, p_r أعداد أولية فردية بحيث $p_1 < p_2 < \dots < p_r$ و $\alpha_1, \dots, \alpha_r$ أعداد صحيحة موجبة و α عدد صحيح غير سالب.

أوجد كلّ الكتابات الممكنة للعدد 2020 كمجموع على الأقل لعددین صحيحین موجبین متتاليين.

حلّ

(1) $x = 2^\alpha$ حيث $\alpha \in \{1, 2, 3, \dots\}$ ، (العدد 1 ليس "حسابيا").

إذا كان x "حسابيا" فإنه يوجد عدنان صحيحان مخالفان للفر m و n بحيث

$$x = 2^\alpha = m + (m+1) + \dots + (m+n)$$

$$x = m + (m+1) + \dots + (m+n)$$

$$\Leftrightarrow x = m(n+1) + \frac{n(n+1)}{2}$$

$$\Leftrightarrow 2x = 2m(n+1) + n(n+1)$$

$$\Leftrightarrow (2m+n)(n+1) = 2x.$$

$$(2m+n)(n+1) = 2x = 2^{\alpha+1}.$$

الفرق $(2m+n) - (n+1) = 2m-1$ ، وهو فردي، إذن العدنان $2m+n$ و $n+1$ أحدهما زوجي والآخر فردي.

$2m+n$ و $n+1$ يقسمان $2^{\alpha+1}$ ، وهذا غير ممكن.

$$x = 2^\alpha \cdot p_1^{\alpha_1} p_2^{\alpha_2} \dots p_r^{\alpha_r} ; p_1 < p_2 < \dots < p_r ; (r \geq 2) \quad (2)$$

$$m = 2^\alpha \cdot p_1^{\alpha_1-1} p_2^{\alpha_2} \dots p_r^{\alpha_r} - \frac{p_1-1}{2} \quad \text{لنأخذ } n = p_1 - 1 \text{ إذن}$$

$$(2m+n)(n+1) = \left(2 \left(2^\alpha \cdot p_1^{\alpha_1-1} p_2^{\alpha_2} \dots p_r^{\alpha_r} - \frac{p_1-1}{2} \right) + p_1 - 1 \right) \cdot p_1$$

$$= 2^{\alpha+1} \cdot p_1^{\alpha_1} \dots p_r^{\alpha_r} = 2x$$

إذن x "حسابي".

$$x = 2020 = 2^2 \times 5 \times 101 \quad (3)$$

$$2x = 4040 = 2^3 \times 5 \times 101 = (2m+n)(n+1)$$

العدنان $2m+n$ و $n+1$ أحدهما زوجي والآخر فردي و $2m+n > n+1$.

$n+1$	$2m+n$	n	m	كتابة 2020
5	808	4	402	$402 + 403 + 404 + 405 + 406$
8	505	7	249	$249 + 250 + \dots + 255 + 256$
40	101	39	31	$31 + 32 + 33 + \dots + 69 + 70$

Problem 1

6. Let x, y, z and t be positive real numbers, such that $xyz t = 1$.

$$\text{Prove that } \frac{1}{1+x} + \frac{1}{1+y} + \frac{1}{1+z} + \frac{1}{1+t} \geq 1.$$

7. Show that for all positive real numbers a, b, c and d ,

$$\frac{a^2}{a^2+bc} + \frac{b^2}{b^2+cd} + \frac{c^2}{c^2+da} + \frac{d^2}{d^2+ab} \leq 3.$$

Solution

Solution 1

$xyz t = 1$, then, there are among the reals x, y, z and t , two reals, we say x and y , such that $xy \leq 1$.

$$\begin{aligned} xy \leq 1 &\Rightarrow 1+x+y+xy \leq 2+x+y \\ &\Rightarrow \frac{1}{1+x+y+xy} \geq \frac{1}{2+x+y} \Rightarrow \frac{2+x+y}{1+x+y+xy} \geq 1 \\ &\Rightarrow \frac{1}{1+x} + \frac{1}{1+y} \geq 1 \Rightarrow \frac{1}{1+x} + \frac{1}{1+y} + \frac{1}{1+z} + \frac{1}{1+t} \geq 1 \end{aligned}$$

Solution 2

$$\begin{aligned} \frac{1}{1+x} + \frac{1}{1+y} + \frac{1}{1+z} + \frac{1}{1+t} &= \frac{\sum_{\text{Cyclic}}^{x,y,z,t} (1+y)(1+z)(1+t)}{(1+x)(1+y)(1+z)(1+t)} \\ &= \frac{\sum_{\text{Cyclic}}^{x,y,z,t} (1+y+z+t+yz+yt+zt+yzt)}{(1+x+y+xy)(1+z+t+zt)} \\ &= \frac{4 + \sum_{\text{Cyclic}}^{x,y,z,t} (y+z+t+yz+yt+zt+yzt)}{2+(x+y+z+t) + (xy+xz+xt+yz+yt+zt) + (xyz+xyt+xtz+xtz)} \\ &= \frac{4+3(x+y+z+t) + 2(xy+xz+xt+yz+yt+zt) + (xyz+xyt+xtz+xtz)}{2+(x+y+z+t) + (xy+xz+xt+yz+yt+zt) + (xyz+xyt+xtz+xtz)} \\ &= 1 + \frac{2+2(x+y+z+t) + (xy+xz+xt+yz+yt+zt)}{2+(x+y+z+t) + (xy+xz+xt+yz+yt+zt) + (xyz+xyt+xtz+xtz)} \\ &\geq 1 \end{aligned}$$

$$x = \frac{a^2}{bc}, \quad y = \frac{b^2}{cd}, \quad z = \frac{c^2}{da} \quad \text{and} \quad t = \frac{d^2}{ab}. \quad \text{We have } xyz t = 1.$$

On the other hand,

$$\frac{a^2}{a^2 + bc} = \frac{a^2 + bc - bc}{a^2 + bc} = 1 - \frac{1}{1+x}, \quad \frac{b^2}{b^2 + cd} = 1 - \frac{1}{1+y}, \quad \frac{c^2}{c^2 + da} = 1 - \frac{1}{1+z}$$

and $\frac{d^2}{d^2 + ab} = 1 - \frac{1}{1+t}$. We get

$$\frac{a^2}{a^2 + bc} + \frac{b^2}{b^2 + cd} + \frac{c^2}{c^2 + da} + \frac{d^2}{d^2 + ab} = 4 - \left(\frac{1}{1+x} + \frac{1}{1+y} + \frac{1}{1+z} + \frac{1}{1+t} \right).$$

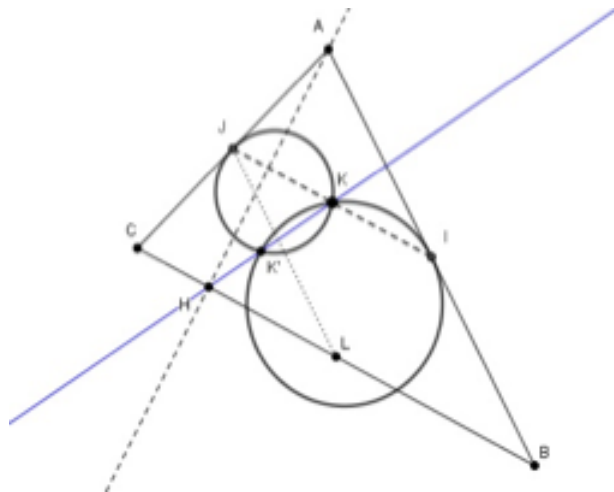
Therefore, $\frac{a^2}{a^2 + bc} + \frac{b^2}{b^2 + cd} + \frac{c^2}{c^2 + da} + \frac{d^2}{d^2 + ab} \leq 3$.

Problem 2

Let ABC an oblique triangle and H be the foot of the altitude passing through the vertex A . We denote by I, J and K the respective midpoints of the segments AB, AC and IJ .

Show that the circle C_1 passing through the point K and tangent to the line AB at I , and the circle C_2 passing through the point K and tangent to the line AC at J , intersect at a second point K' , and that H, K and K' are collinear.

Solution 1



If the two circles are tangent at K, then their common tangent T at K will intersect the lines AB and AC at two points, respectively, M and N, and we would have:

$\angle MKI = \angle MIK = \angle NJK = \angle JKN$, hence $MI \parallel NJ$ that means $AB \parallel AC$, what is absurd.

Let L be the midpoint of BC and H_1 be the intersection point of the lines KK' and BC.

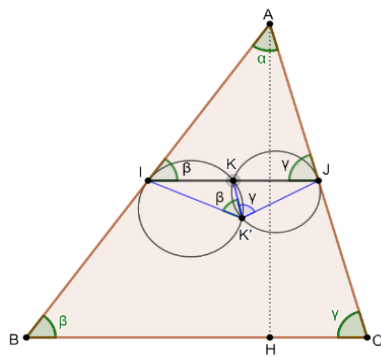
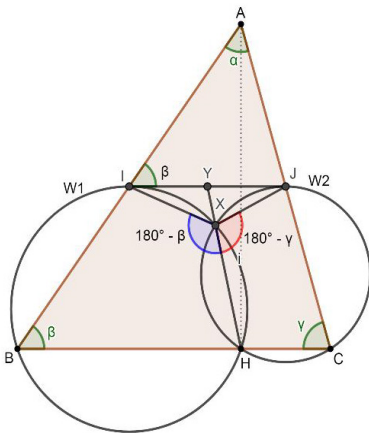
Then we obtain: $\angle IK'K = \angle AIK = \angle LJK = \angle ABC$ and $\angle JK'K = \angle AJK$.

On the other hand, K is the midpoint of AL and IJ, hence, the triangles LJA and $IK'J$ are similar.

We have $\angle LH_1K = \angle JKK' = \angle AKJ = \angle KLH_1$, Then KLH_1 is an isosceles triangle with vertex K.

As $KA = KL = KH_1$ and K is the midpoint of AL, we deduce that $H_1A \perp H_1L$, this gives $H_1 = H$.

Solution 2 (من الطالب مروان محمد الخياط من المملكة العربية السعودية)



$$W1 = (BHI) , W2 = (CHJ)$$

$$X = W1 \cap W2 , Y = HX \cap IJ$$

We will prove that $X = K' , Y = K$

$$\angle JCH = \gamma \Rightarrow \angle JXH = 180 - \gamma$$

Similarly, $\angle IXH = 180 - \beta$

$\triangle IHJ$ is the reflection of triangle IAJ over IJ because IJ is midline

$\Rightarrow IJ \parallel BC$

$AH \perp BC \Rightarrow AH \perp IJ$

$\angle AIJ = \beta = \angle AIH \Rightarrow \angle JIH = \angle IBH \Rightarrow IJ$ is tangent to W_1 .

Similarly, IJ is tangent to W_2 .

HX is the radical axis of W_1, W_2 ,

$Y \in HX \Rightarrow P_{W_1}(Y) = YI^2 = P_{W_2}(Y) = YJ^2 \Rightarrow YI = YJ$

$\Rightarrow Y = K$

$\angle IXY = 180 - \angle IXH = 180 - (180 - \beta) = \beta$

Similarly, $\angle JXY = \gamma$

But $\beta = \angle AIK = \angle IK'K$, $\gamma = \angle JK'K$

And both K, Y are on the same side of IJ that doesn't contain A because $\angle IXJ = \angle IK'J = 180 - \alpha$

and $X, K' \in (AIJ) \Rightarrow X = K' \Rightarrow \overline{HXY} = \overline{HK'K} \Rightarrow K' \in HK$

Problem 3

Five youth A, B, C, D and E have taken part in a certain competition, after which they will be classified in order of merit from the 1st to the 5th. Before the competition, two persons X and Y tried to guess the rankings.

X thought that the ranking would be $ABCDE$

Y thought that the ranking would be $DAECB$.

At the end of the competition and according to the final rankings, it was revealed that:

- X didn't correctly guess any rankings of the participants, and moreover, didn't guess any of the orderings of pairs of consecutive participants.
- Y guessed the correct rankings of two participants and the correct ordering of two pairs of consecutive participants.

Give the final ranking of the five youth in this competition.

Answer: EDACB

Solution 1

The table below shows the rankings guessed by X and Y.

	1 st	2 nd	3 rd	4 th	5 th	
X	A	B	C	D	E	0 correct ranking + 0 correct ordering pair
Y	D	A	E	C	B	2 correct rankings + 2 correct ordering pairs

According to Y, two among the pairs DA, AE, EC and CB are in correct order.

The pair DA can occupy one of the four positions: 1st 2nd or 2nd 3rd or 3rd 4th or 4th 5th.

DA in the 1st 2nd position

There are $3! = 6$ possibilities to place other participants B, C and E, as showing in the following table:

1 st	2 nd	3 rd	4 th	5 th	Decision
D	A	B	C	E	No
D	A	B	E	C	No
D	A	C	B	E	No
D	A	C	E	B	No
D	A	E	B	C	No
D	A	E	C	B	No

DA in the 2nd 3rd position

1 st	2 nd	3 rd	4 th	5 th	Decision
B	D	A	C	E	No
B	D	A	E	C	No
C	D	A	B	E	No
C	D	A	E	B	No
E	D	A	B	C	No
E	D	A	C	B	Yes

Therefore, the final ranking of the five youth is **EDACB**.

Comments

- We can study the two other positions of the pair DA (3rd 4th and 4th 5th), it leads up to false propositions.
- A similar reasoning with one of the pairs AE and EC, leads up to false propositions.
- A similar reasoning with the pair CB, leads up to a true proposition.
- Instead of considering the pairs, we can reason with the ranks, while comparing each proposal to the proposal of X and that of Y.

Solution 2

- We will use the conjecture of Y: DAECB
- We will consider the conjecture of X: ABCDE

From Y, we choose a participant that will be assumed in his exact rank, to which a second participant is associated in his exact rank. In each case, the two chosen participants are indicated in red.

We obtain:

1 st	2 nd	3 rd	4 th	5 th	Decision
D	C	E	A	B	No
D	C	A	E	B	No
D	E	A	C	B	No
C	A	E	B	D	No
B	A	E	C	D	No
E	A	B	C	D	No
E	A	D	C	B	No
B	A	E	C	D	No
E	A	D	C	B	No
C	A	D	E	B	No
B	D	E	C	A	No
E	D	A	C	B	Yes

Problem 4

We say that an integer greater than 1, is “arithmetic” if it can be written as a sum of at least two consecutive positive integers (Examples: 5 and 12 are “arithmetic”, indeed $5 = 2 + 3$ and $12 = 3 + 4 + 5$).

1. Prove that any power of 2 is not “arithmetic”.
2. Show that the numbers of the form $2^\omega \cdot p_1^{\alpha_1} p_2^{\alpha_2} \dots p_r^{\alpha_r}$ are “arithmetic”, where $r \geq 2$ and p_1, p_2, \dots, p_r are odd prime numbers such that $p_1 < p_2 < \dots < p_r$, and $\alpha_1, \dots, \alpha_r$ are positive integers and ω is a nonnegative integer.
3. Determine all the writings of 2020 as a sum of at least two consecutive positive integers.

Solution

4. $x = 2^\alpha$; $\alpha \in \{1, 2, 3, \dots\}$ (1 isn't "arithmetic").

Suppose x is "arithmetic", then there are two positive integers m and n such that $x = 2^\alpha = m + (m+1) + \dots + (m+n)$.

$$x = m + (m+1) + \dots + (m+n)$$

$$\Leftrightarrow x = m(n+1) + \frac{n(n+1)}{2}$$

$$\Leftrightarrow 2x = 2m(n+1) + n(n+1)$$

$$\Leftrightarrow (2m+n)(n+1) = 2x.$$

$$(2m+n)(n+1) = 2x = 2^{\alpha+1}.$$

$(2m+n) - (n+1) = 2m-1$ is an odd number, then $2m+n$ and $n+1$ haven't the same parity.

$2m+n$ and $n+1$ divide $2^{\alpha+1}$, what is absurd.

5. $x = 2^\alpha \cdot p_1^{\alpha_1} p_2^{\alpha_2} \dots p_r^{\alpha_r}$; $p_1 < p_2 < \dots < p_r$; $(r \geq 2)$

We choose $n = p_1 - 1$, then $m = 2^\alpha \cdot p_1^{\alpha_1 - 1} \dots p_r^{\alpha_r} - \frac{p_1 - 1}{2}$

$$(2m+n)(n+1) = \left(2 \left(2^\alpha \cdot p_1^{\alpha_1 - 1} p_2^{\alpha_2} \dots p_r^{\alpha_r} - \frac{p_1 - 1}{2} \right) + p_1 - 1 \right) \cdot p_1$$

$$= 2^{\alpha+1} \cdot p_1^{\alpha_1} \dots p_r^{\alpha_r} = 2x.$$

Thus, x is "arithmetic".

6. $x = 2020 = 2^2 \times 5 \times 101$.

$$2x = 4040 = 2^3 \times 5 \times 101 = (2m+n)(n+1).$$

$2m+n$ and $n+1$ haven't the same parity and $2m+n > n+1$.

$n+1$	$2m+n$	n	m	The writing of 2020
5	808	4	402	$402 + 403 + 404 + 405 + 406$
8	505	7	249	$249 + 250 + \dots + 255 + 256$
40	101	39	31	$31 + 32 + 33 + \dots + 69 + 70$

Problème 1

7. Soient x, y, z et t des réels positifs tels que $xyz t = 1$.

Prouver que
$$\frac{1}{1+x} + \frac{1}{1+y} + \frac{1}{1+z} + \frac{1}{1+t} \geq 1.$$

8. Montrer que pour tous réels strictement positifs a, b, c et d ,

$$\frac{a^2}{a^2+bc} + \frac{b^2}{b^2+cd} + \frac{c^2}{c^2+da} + \frac{d^2}{d^2+ab} \leq 3.$$

Solution 1

$xyz t = 1$, alors, parmi les réels x, y, z et t , il y a deux réels dont le produit est inférieur à 1.

$$\begin{aligned} xy \leq 1 &\Rightarrow 1+x+y+xy \leq 2+x+y \\ &\Rightarrow \frac{1}{1+x+y+xy} \geq \frac{1}{2+x+y} \Rightarrow \frac{2+x+y}{1+x+y+xy} \geq 1 \\ &\Rightarrow \frac{1}{1+x} + \frac{1}{1+y} \geq 1 \Rightarrow \frac{1}{1+x} + \frac{1}{1+y} + \frac{1}{1+z} + \frac{1}{1+t} \geq 1 \end{aligned}$$

Solution 2

$$\begin{aligned} \frac{1}{1+x} + \frac{1}{1+y} + \frac{1}{1+z} + \frac{1}{1+t} &= \frac{\sum_{\text{Cyclic}}^{x,y,z,t} (1+y)(1+z)(1+t)}{(1+x)(1+y)(1+z)(1+t)} \\ &= \frac{\sum_{\text{Cyclic}}^{x,y,z,t} (1+y+z+t+yz+yt+zt+yzt)}{(1+x+y+xy)(1+z+t+zt)} \\ &= \frac{4 + \sum_{\text{Cyclic}}^{x,y,z,t} (y+z+t+yz+yt+zt+yzt)}{2+(x+y+z+t)+(xy+xz+xt+yz+yt+zt)+(xyz+xyt+xtz+xtz)} \\ &= \frac{4+3(x+y+z+t)+2(xy+xz+xt+yz+yt+zt)+(xyz+xyt+xtz+xtz)}{2+(x+y+z+t)+(xy+xz+xt+yz+yt+zt)+(xyz+xyt+xtz+xtz)} \\ &= 1 + \frac{2+2(x+y+z+t)+(xy+xz+xt+yz+yt+zt)}{2+(x+y+z+t)+(xy+xz+xt+yz+yt+zt)+(xyz+xyt+xtz+xtz)} \\ &\geq 1 \end{aligned}$$

$x = \frac{a^2}{bc}$, $y = \frac{b^2}{cd}$, $z = \frac{c^2}{da}$ et $t = \frac{d^2}{ab}$. On a $xyz t = 1$.

D'autre part,

$$\frac{a^2}{a^2+bc} = \frac{a^2+bc-bc}{a^2+bc} = 1 - \frac{bc}{a^2+bc}, \quad \frac{b^2}{b^2+cd} = 1 - \frac{cd}{b^2+cd}, \quad \frac{c^2}{c^2+da} = 1 - \frac{da}{c^2+da}$$

et $\frac{d^2}{d^2+ab} = 1 - \frac{ab}{d^2+ab}$. On obtient

$$\frac{a^2}{a^2+bc} + \frac{b^2}{b^2+cd} + \frac{c^2}{c^2+da} + \frac{d^2}{d^2+ab} = 4 - \left(\frac{bc}{a^2+bc} + \frac{cd}{b^2+cd} + \frac{da}{c^2+da} + \frac{ab}{d^2+ab} \right).$$

Par conséquent, $\frac{a^2}{a^2+bc} + \frac{b^2}{b^2+cd} + \frac{c^2}{c^2+da} + \frac{d^2}{d^2+ab} \leq 3$.

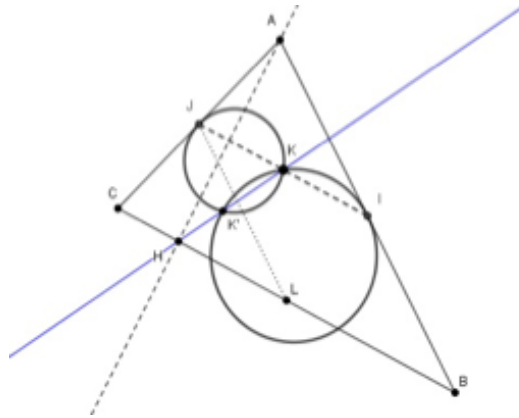
Problème 2

Soit ABC un triangle non rectangle et H le pied de sa hauteur issue de A.

Les points I, J et K désignent les milieux respectifs des segments [AB], [AC] et [IJ].

Montrer que le cercle C1 passant par K et tangent à la droite (AB) en I et le cercle C2 passant par K et tangent à la droite (AC) en J se recoupent en un point K' et que H, K et K' sont alignés.

Solution



Si les deux cercles sont tangents en K alors, leur tangente commune T en K couperait les droites (AB) et (AC) respectivement en deux points M et N et on aurait:

$\angle MKI = \angle MIK = \angle NJK = \angle JKN$, par suite $(MI) \parallel (NJ)$ c'est-à-dire $(AB) \parallel (AC)$, ce qui est absurde.

On note L le milieu de $[BC]$ et H_1 le point d'intersection des droites (KK') et (BC) .

On obtient alors: $\angle IK'K = \angle AIK = \angle LJK = \angle ABC$ et $\angle JK'K = \angle AJK$.

D'autre part on a, K est le milieu de $[AL]$ et de $[IJ]$, par conséquent les triangles LJA et $IK'J$ sont semblables.

On a $\angle LH_1K = \angle JKK' = \angle AKJ = \angle KLH_1$, alors le triangle KLH_1 est isocèle de sommet principal K .

Comme $KA = KL = KH_1$ et K est le milieu de $[AL]$, on en déduit que $(H_1A) \perp (H_1L)$, ce qui donne $H_1 = H$.

Problème 3

Cinq jeunes A, B, C, D et E participent à une compétition, suite à laquelle ils seront classés par ordre de mérite du 1^{er} au 5^{ème}. Avant la compétition, deux personnes X et Y devinent, chacun, un classement possible des cinq participants.

X donne le classement suivant: $ABCDE$

Y donne le classement suivant: $DAECB$

À la fin de la compétition et d'après le classement final, il s'avère que:

X n'a donné aucun participant dans son rang exact, et en plus il n'a donné aucune paire de deux participants consécutifs dans un ordre exact.

Y a donné les rangs exacts de deux participants, et il a donné deux paires de deux participants consécutifs dans un ordre exact.

Donner le classement final de ces cinq jeunes dans cette compétition.

Réponse : **EDACB**.

Solution 1

Le tableau suivant donne les classements devinés par les personnes X et Y .

	1 ^{er}	2 ^{ème}	3 ^{ème}	4 ^{ème}	5 ^{ème}	
X	A	B	C	D	E	0 classement correct + 0 paire correcte
Y	D	A	E	C	B	2 classements corrects + 2 paires correctes

D'après Y, deux parmi les paires DA, AE, EC et CB sont dans l'ordre exact.

La paire DA peut occuper l'une des quatre positions: 1^{er} 2^{ème} ou 2^{ème} 3^{ème} ou 3^{ème} 4^{ème} ou 4^{ème} 5^{ème}.

DA en position 1^{ère} 2^{ème}

Il y a $3! = 6$ possibilités pour placer les trois autres participants B, C et E, comme l'indique le tableau suivant:

1 ^{er}	2 ^{ème}	3 ^{ème}	4 ^{ème}	5 ^{ème}	Décision
D	A	B	C	E	Non
D	A	B	E	C	Non
D	A	C	B	E	Non
D	A	C	E	B	Non
D	A	E	B	C	Non
D	A	E	C	B	Non

DA en position 2^{ème} 3^{ème}

1 ^{er}	2 ^{ème}	3 ^{ème}	4 ^{ème}	5 ^{ème}	Décision
B	D	A	C	E	Non
B	D	A	E	C	Non
C	D	A	B	E	Non
C	D	A	E	B	Non
E	D	A	B	C	Non
E	D	A	C	B	Oui

Ainsi le classement final des cinq jeunes est : **EDACB**.

Commentaires

On peut étudier les deux autres positions de la paire DA (3^{ème} 4^{ème} et 4^{ème} 5^{ème}), cela mènera à des propositions fausses.

Un raisonnement analogue avec l'une des paires AE et EC, aboutit à des propositions fausses.

Un raisonnement analogue avec la paire CB mènera à la proposition vraie.

Au lieu de considérer les paires, on peut raisonner avec les rangs, tout en comparant le résultat de chaque cas avec la proposition de X et celle de Y.

Solution 2

On partira de la conjecture de Y: DAECB

On tiendra compte de la conjecture de X: ABCDE

À partir de Y, on choisit un participant qu'on supposera dans son rang exact, auquel on associe un deuxième participant dans son rang exact. Dans chaque cas, les deux participants choisis sont indiqués en rouge. On obtient:

1 ^{er}	2 ^{ème}	3 ^{ème}	4 ^{ème}	5 ^{ème}	Décision
D	C	E	A	B	Non
D	C	A	E	B	Non
D	E	A	C	B	Non
C	A	E	B	D	Non
B	A	E	C	D	Non
E	A	B	C	D	Non
E	A	D	C	B	Non
B	A	E	C	D	Non

1 ^{er}	2 ^{ème}	3 ^{ème}	4 ^{ème}	5 ^{ème}	Décision
E	A	D	C	B	Non
C	A	D	E	B	Non
B	D	E	C	A	Non
E	D	A	C	B	Oui

Problème 4

Un entier naturel supérieur à 1 est dit «arithmétique» s'il peut s'écrire comme somme d'au moins deux entiers naturels consécutifs et non nuls (Exemples: 5 et 12 sont «arithmétiques», en effet $5 = 2 + 3$ et $12 = 3 + 4 + 5$).

1. Prouver que toute puissance de 2 n'est pas «arithmétique».
2. Montrer que les nombres qui s'écrivent sous la forme $2^\alpha \cdot p_1^{\alpha_1} p_2^{\alpha_2} \dots p_r^{\alpha_r}$ sont «arithmétiques», où $r \geq 2$ et p_1, p_2, \dots, p_r sont des nombres premiers impairs tels que $p_1 < p_2 < \dots < p_r$, et $\alpha_1, \dots, \alpha_r$ sont des entiers naturels non nuls et α est un entier naturel.
3. Déterminer toutes les écritures possibles de 2020 comme somme d'au moins deux entiers naturels consécutifs et non nuls.

Solution

1. $x = 2^\alpha$; avec $\alpha \in \{1, 2, 3, \dots\}$ (1 n'est pas «arithmétique»).

$$x = m + (m+1) + \dots + (m+n)$$

$$\text{Si } x \text{ es} \Leftrightarrow x = m(n+1) + \frac{n(n+1)}{2} \quad \text{ie deux entiers naturels non nuls } m$$

$$\text{et } n \text{ tels que} \Leftrightarrow 2x = 2m(n+1) + n(n+1) + n.$$

$$\Leftrightarrow (2m+n)(n+1) = 2x.$$

$$(2m+n)(n+1) = 2x = 2^{\alpha+1}.$$

$(2m+n) - (n+1) = 2m-1$ est impair, d'où les entiers $2m+n$ et $n+1$ sont de parités différentes.

$2m + n$ et $n + 1$ divisent $2^{\alpha+1}$, ce qui est absurde.

2. $x = 2^\alpha \cdot p_1^{\alpha_1} p_2^{\alpha_2} \dots p_r^{\alpha_r}$; $p_1 < p_2 < \dots < p_r$; ($r \geq 2$)

On choisit $n = p_1 - 1$, alors $m = 2^\alpha \cdot p_1^{\alpha_1-1} p_2^{\alpha_2} \dots p_r^{\alpha_r} - \frac{p_1-1}{2}$

$$(2m + n)(n + 1) = \left(2 \left(2^\alpha \cdot p_1^{\alpha_1-1} p_2^{\alpha_2} \dots p_r^{\alpha_r} - \frac{p_1-1}{2} \right) + p_1 - 1 \right) \cdot p_1$$

$$= 2^{\alpha+1} \cdot p_1^{\alpha_1} \dots p_r^{\alpha_r} = 2x.$$

D'où x est «arithmétique».

3. $x = 2020 = 2^2 \times 5 \times 101$.

$2x = 4040 = 2^3 \times 5 \times 101 = (2m + n)(n + 1)$.

$2m + n$ et $n + 1$ ne sont pas de même parité et $2m + n > n + 1$.

$n + 1$	$2m + n$	n	m	L'écriture de 2020
5	808	4	402	$402 + 403 + 404 + 405 + 406$
8	505	7	249	$249 + 250 + \dots + 255 + 256$
40	101	39	31	$31 + 32 + 33 + \dots + 69 + 70$

مقاييس إسناد العلامات – مسألة 1

سؤال (1)

إجابة كاملة وصحيحة: 4 نقاط

علامات جزئية

حلّ 1

(a) نقطة واحدة (1): ملاحظة $xy \leq 1$

(b) نقطتان (2): إثبات أن $\frac{1}{1+x} + \frac{1}{1+y} \geq 1$

حلّ 2

(c) نقطة واحدة (1): توحيد المقامات

(d) نقطتان (2): نشر المقام والبسط

(a), (b), (c), (d) لا تقبل الجمع

سؤال (2)

إجابة كاملة وصحيحة: 6 نقاط

علامات جزئية

(a) نقطة واحدة (1): كتابة $x = \frac{a^2}{bc}$; $y = \frac{b^2}{cd}$; $z = \frac{c^2}{da}$; $t = \frac{d^2}{ab}$
(b) ثلاث نقاط (3):

$$\frac{a^2}{a^2 + bc} = \frac{a^2 + bc - bc}{a^2 + bc} = 1 - \frac{bc}{a^2 + bc} = 1 - \frac{1}{1+x}, \quad \frac{b^2}{b^2 + cd} = 1 - \frac{1}{1+y},$$
$$\frac{c^2}{c^2 + da} = 1 - \frac{1}{1+z}, \quad \frac{d^2}{d^2 + ab} = 1 - \frac{1}{1+t}$$

(a) و (b) يقبلان الجمع

مقاييس إسناد العلامات – مسألة 2

إجابة كاملة و صحيحة: 10 نقاط

علامات جزئية

(a) نقطة واحدة (1) الإشارة إلى أنّ الدائرتين ليست مماسّة.

(b) نقطتان (2) إثبات أنّ الدائرتين ليست مماسّة.

(c) نقطة واحدة (1) اعتبار النقطتين L و H1

(d) ثلاث نقاط (3) الإشارة إلى أنّ المثلثين LJA و IK'J متشابهان.

(e) نقطة واحدة (1) إثبات أنّ المثلثين LJA و IK'J متشابهان.

(a) و (b) لا يقبلان الجمع

مقاييس إسناد العلامات – مسألة 3

إجابة كاملة و صحيحة: 10 نقاط

علامات جزئية

حلّ 1

(a) نقطتان (2) كتابة: زوجان في ترتيب صحيح من الأزواج CB , EC , AE , DA

(b) نقطتان (2) دراسة الترتيب الممكنة للمتسابقين بالنسبة إلى موقع محدّد لزوج.

(a) و (b) يقبلان الجمع

حلّ 2

(a) نقطتان (2) تقديم رتبة صحيحة ومعلّلة متسابق واحد.

(b) ثلاث نقاط (3) تقديم رتبتين صحيحتين ومعلّلتين لمتسابقين إثنيين.

(c) ثلاث نقاط (3) تقديم ثلاث رتب صحيحة ومعلّلة لثلاثة متسابقين.

(a), (b), (c) لا تقبل الجمع

مقاييس إسناد العلامات – مسألة 4

السؤال (1)

ثلاث نقاط (3): إجابة كاملة وصحيحة

علامات جزئية

نقطة واحدة (1) $x = m + (m + 1) + \dots + (m + n) = m(n + 1) + \frac{n(n + 1)}{2}$

(b) نقطتان (2) $2^{\alpha+1}$ هو جداء عددين صحيحين أحدهما زوجي والآخر فردي

(a) و (b) يقبلان الجمع

السؤال (2)

أربع نقاط (4): إجابة كاملة وصحيحة

علامات جزئية

(a) نقطة واحدة (1): اختيار سليم لـ n

(b) نقطة واحدة (1) العبارة السليمة لـ m

(a) و (b) يقبلان الجمع

السؤال 3

ثلاث نقاط (3): إجابة كاملة وصحيحة

علامات جزئية

(a) نقطة واحدة (1): لكل كتابة للعدد 2020 من بين الكتابات الثلاث.

Marking Scheme for problem 1

Question 1)

4 points for a complete and correct response.

Partial credit

Solution 1

(a) 1 point: to notice that $xy \leq 1$.

(b) 1 point: to prove that $\frac{1}{1+x} + \frac{1}{1+y} \geq 1$.

(a) and (b) are additive

Solution 2

(a) 1 point: to reduce to the same denominator.

(b) 1 point: to develop the numerator and the denominator.

(c) and (d) are additive

Question 2)

4 points for a complete and correct response.

Partial credit

(a) 1 point: to pose $x = \frac{a^2}{bc}$, $y = \frac{b^2}{cd}$, $z = \frac{c^2}{da}$ and $t = \frac{d^2}{ab}$.

(b) 3 points: $\frac{a^2}{a^2+bc} = \frac{a^2+bc-bc}{a^2+bc} = 1 - \frac{bc}{a^2+bc}$, $\frac{b^2}{b^2+cd} = 1 - \frac{cd}{b^2+cd}$,

$$\frac{c^2}{c^2+da} = 1 - \frac{da}{c^2+da}, \quad \frac{d^2}{d^2+ab} = 1 - \frac{ab}{d^2+ab}$$

(a) and (b) are additive

Marking Scheme for problem 2

10 points for a complete and correct response.

Partial credit

(a) 1 point: mention that the two circles are not tangent.

(b) 2 points: prove that the two circles are not tangent.

- (c) **1 point:** consider the points L and H1.
 (d) **3 points:** mention that the two triangles LJA and IK'J are similar.
 (e) **1 point:** prove that the triangle KLH_1 is isosceles.

(a) and (b) are not additive

Marking Scheme for problem 3

10 points for a complete and correct response.

Partial credit

Solution 1

(a) **2 points:** to mention that among the pairs DA, AE, EC and CB, two pairs are in the correct order.

(b) **2 points:** to study the possible ordering for participants, for a position of one pair among the pairs DA, AE, EC and CB.

(c) **3 points:** to study the possible ordering for participants, for a position of two pairs among the pairs DA, AE, EC and CB.

(a) and (b) are additive

(a) and (c) are additive

(b) and (c) are not additive

Solution 2

(a) **2 points:** to give and justify the exact rank of one participant.

(b) **3 points:** to give and justify the exact ranks of two participants.

(c) **5 points:** to give and justify the exact ranks of three participants.

(a), (b) and (c) are not pas additive

Marking Scheme for problem 4

Question 1)

3 points for a complete and correct response.

Partial credit

(a) **1 point:** $x = m + (m + 1) + \dots + (m + n) = m(n + 1) + \frac{n(n + 1)}{2}$

(b) **1 point:** $2^{\alpha+1}$ is the product of two integers with different parity.

(a) and (b) are additive

Question 2)

4 points for a complete and correct response

Partial credit

(a) 1 point: good choice of n

(b) 1 point: the value of m.

(a) and (b) are additive

Question 3)

3 points for a complete and correct response.

Partial credit

1 point: for each writing of 2020.

Barème du problème 1

Question 1)

4 points pour une réponse complète et correcte.

Notes partielles

Solution 1

1 point: remarquer que $xy \leq 1$

1 point: prouver que $\frac{1}{1+x} + \frac{1}{1+y} \geq 1$.

(a) et (b) sont additives

Solution 2

1 point: réduire au même dénominateur.

1 point: développer le numérateur et le dénominateur.

(c) et (d) sont additives

Question 2)

6 points pour une réponse complète et correcte.

Notes partielles

(a) 1 point: poser $x = \frac{a^2}{bc}$, $y = \frac{b^2}{cd}$, $z = \frac{c^2}{da}$ et $t = \frac{d^2}{ab}$.

(b) 3 points: $\frac{a^2}{a^2 + bc} = \frac{a^2 + bc - bc}{a^2 + bc} = 1 - \frac{bc}{a^2 + bc}$, $\frac{b^2}{b^2 + cd} = 1 - \frac{cd}{b^2 + cd}$,
 $\frac{c^2}{c^2 + da} = 1 - \frac{da}{c^2 + da}$, $\frac{d^2}{d^2 + ab} = 1 - \frac{ab}{d^2 + ab}$
 (a) et (b) sont additives.

Barème du problème 2

10 points pour une réponse complète et correcte.

Notes partielles

- (a) 1 point: signaler que les deux cercles ne sont pas tangents.
 (b) 2 points: prouver que les deux cercles ne sont pas tangents.
 (c) 1 point: considérer les points L et H1.
 (d) 3 points: mentionner que les triangles LJA et IK'J sont semblables.
 (e) 1 point: prouver que le triangle KLH₁ est isocèle.

(a) et (b) ne sont pas additives.

Barème du problème 3

10 points pour une réponse complète et correcte.

Notes partielles

Solution 1

(a) 2 points: mentionner que parmi les paires DA, AE, EC et CB, deux paires sont dans l'ordre exact.

(b) 2 points: étudier tous les classements possibles des participants, pour une position d'une paire parmi les paires DA, AE, EC et CB.

(c) 3 points: étudier tous les classements possibles des participants, pour une position de deux paires parmi les paires DA, AE, EC et CB.

(a) et (b) sont additives

(a) et (c) sont additives

(b) et (c) ne sont pas additives

Solution 2

(a) **2 points:** donner le rang exact justifié, d'un seul participant.

(b) **3 points:** donner les rangs exacts justifiés, de deux participants.

(c) **5 points:** donner les rangs exacts justifiés, de trois participants.

(a), (b) et (c) ne sont pas additives.

Barème du problème 4

Question 1)

3 points pour une réponse complète et correcte.

Notes partielles

(a) **1 point:** $x = m + (m + 1) + \dots + (m + n) = m(n + 1) + \frac{n(n + 1)}{2}$

(b) **1 point:** $2^{\alpha+1}$ est le produit de deux entiers de parités différentes.

(a) et (b) sont additives.

Question 2)

4 points pour une réponse complète et correcte.

Notes partielles

(a) **1 point:** bon choix de n

(b) **1 point:** la valeur de m .

(a) et (b) sont additives.

Question 3)

3 points pour une réponse complète et correcte.

Notes partielles

1 point: pour chacune des trois écritures de 2020.

معدّات الطلاب



رمز الطالب: _____

رقم المسألة: _____

صفحة عدد _____ من _____

Contestant _____

Problem _____

Page _____ of _____



2nd AMO 2020
أولمبياد الرياضيات العربي الثاني
2nd Arabian Mathematical Olympiad
القاهرة - مصر ٢١ ديسمبر ٢٠٢٠



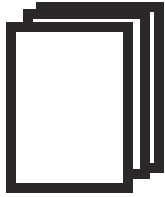




رقم المسألة: _____

الدولة: _____

رمز الطالب: _____

الاستفسار

الإجابة

<p>ورق</p> 	<p>مساعدة</p> 
<p>ماء</p> 	<p>دورة المياه</p> 
<p>استفسار</p> 	

الباب الثالث: النتائج وحفل الاختتام

قائمة المتوجّين

الميدالية الذهبية

مجموع العلامات	البلد	اسم الطالب
40	المملكة العربية السعودية	حمزة إبراهيم الشخي
40	المملكة العربية السعودية	مروان محمد الخياط
40	المملكة المغربية	آية أكرجوط
40	الجمهورية التونسية	يوسف المراكشي

الميدالية الفضية

مجموع العلامات	البلد	اسم الطالب
33	المملكة المغربية	معاذ المعتمصم
33	جمهورية مصر العربية	عبد الرحمان السيد عبد العظيم
31	الجمهورية التونسية	حمادي الدردوي
30	المملكة المغربية	محمد أيوب مبطول
26	المملكة العربية السعودية	خالد وليد الجابري
25	المملكة العربية السعودية	محمد حسين الديبسي
24	الجمهورية الإسلامية الموريتانية	يحظية أوقى عبد الودود
22	دولة فلسطين	ألاء علي أحمد الحلبية
22	جمهورية مصر العربية	رقية ذكي مبروك

الميدالية البرونزية

مجموع العلامات	البلد	اسم الطالب
20	الجمهورية التونسية	أسامة بوعناني
18	المملكة المغربية	أيمن مطيع
17	الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية	شويكرات ماية
16	المملكة الأردنية الهاشمية	محمد رائد عبد الله السعيد
15	جمهورية العراق	هدى ميدر مهدي صالح
15	جمهورية العراق	علي أحمد جمعة
15	الجمهورية اللبنانية	أطونيو سعادة
14	المملكة الأردنية الهاشمية	لبنى عوني فايز الدبابسة
14	الجمهورية اللبنانية	إلياس حنا فاضل
14	الجمهورية الإسلامية الموريتانية	حفصة محمد
13	الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية	بلخير فداء الحق
13	الجمهورية الإسلامية الموريتانية	محمد سالم محمد المختار
13	جمهورية مصر العربية	فاطمة سعيد أبو الفتوح

الدول المتوّجة

برنزية	فضية	ذهبية	البلد
-	2	2	المملكة العربية السعودية
1	2	1	المملكة المغربية
1	1	1	الجمهورية التونسية
1	2	-	جمهورية مصر العربية
2	1	-	الجمهورية الإسلامية الموريتانية
-	1	-	دولة فلسطين
2	-	-	الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
2	-	-	المملكة الأردنية الهاشمية
2	-	-	الجمهورية اللبنانية
2	-	-	جمهورية العراق

صور من حفل الاختتام





من كلمات الاختتام

كلمة معالي المدير العام للمنظمة العربية للتربية والثقافة والعلوم الأستاذ الدكتور محمد ولد أعقر

بسم الله الرحمن الرحيم

والصلاة والسلام على أشرف المرسلين

معالي الأستاذ الدكتور خالد عبد الغفار وزير التعليم العالي والبحث العلمي بجمهورية مصر العربية، رئيس اللجنة الوطنية للتربية والعلم والثقافة،

معالي الأستاذ الدكتور فتحي السلاوي، وزير التربية بالجمهورية التونسية،

معالي الأستاذ الدكتور علي بن عبد الخالق القرني المدير العام لمكتب التربية العربي لدول الخليج،

سعادة الأستاذ الدكتور محمود صقر رئيس أكاديمية البحث العلمي والتكنولوجيا بالقاهرة

سعادة الدكتورة حمدة السليتي عضو المجلس التنفيذي عن دولة قطر نائب الرئيس

سعادة الدكتورة غادة عبد الباري عضو المجلس التنفيذي عن جمهورية مصر العربية

أصحاب السعادة أمناء الجان الوطنية للتربية والثقافة والعلوم بالدول العربية

أصحاب السعادة ضيوفنا الكرام من المسؤولين والإعلاميين

السادة الخبراء في علوم الرياضيات ورؤساء الفرق المشاركة وأعضاء اللجنة العلمية والتحكيمية

أبنائي وبناتي من طلاب الدول العربية المشاركين والمشاركات في هذه المسابقة

السلام عليكم ورحمة الله وبركاته

بداية أتوجه لكم جميعا بالشكر الجزيل لما لمسناه منذ الإعداد لهذه المسابقة إلى حدّ هذه الساعة من تعاون نشيط وتنسيق جيّد وتواصل ممتاز مع الألكسو، من أجل ضمان كلّ الأسباب لإنجاح هذه الدورة التي رأيناها دورة التحديّ، فقد برهنتم

جميعاً عن حسّ بالمسؤولية راقٍ وعبرتم بمشارككنم الفعّالة عن صدق إرادة وعزم على رفع التحديّ، فجميعنا يعلم أنّ الظروف الراهنة الطارئة عن أزمة كوفيد 19 شكّلت صعوباتٍ وقيوداً وموانعَ حقيقةً لتنفيذ أعمالنا وأنشطتنا التي خططنا لها سلفاً. ولكننا حاولنا منذ بداية انتشار الفيروس أن نجعل التهديدَ فرصةً ونحوّل المحنة درس منه نتعلّم وعبرةً بها نتعظّ، فانصرفنا إلى التكيّف مع الأوضاع الحادثة واجتهدنا في إحكام إدارة الأزمة والتصرّف فيها، وانطلقنا، بتنسيق مُتواصل وتعاونٍ بناءً مع الدول العربية، في تنفيذ مشروعاتنا وأنشطتنا المبرمجة للعام 2020 وإنجازٍ أخرى استجابةً للأوضاع الطارئة وإيفاءً بالتزاماتنا، وأداءً لواجبنا.

ومن هذه الأنشطة أولمبياد الرياضيات العربي في دورته الثانية، وهو نشاط تربويّ تعليمي نوعي يُتيح لطلّابنا في كلّ الدول العربية فرصة التباري والتنافس الشريف في مجالٍ علميٍّ متميّز لتوظيف قدراتهم الذهنية ومهاراتهم الإبداعية في حلّ وضعياتٍ رياضيةٍ مألوفةٍ وأخرى غير مألوفةٍ.

وإننا نعتبرُ مثلَ هذا النشاط من الأنشطة التربوية المساعدة على ترقية التعليم وتجويده في دولنا العربية، ولذلك فنحن حريصون على نجاحه وضمان شروط استدامته في خطط عملنا، وتعزيزه بمشروعاتٍ جديدةٍ للسنوات الآتية منها المسابقة العربية لألعاب المنطق والرياضيات التي سننفذُ دورتها الأولى إن شاء الله، السنة الآتية، ووضع منصّة عربية تعليمية للرياضيات تساعد في تحسين تعليم هذا العلم ونشر ثقافته بين الناس.

السيدات والسادة الحضور الكرام

أريد في خاتمة كلمتي أن أتوجّه بالشكر الجزيل إلى جميع الطلّاب من الدول العربية الذين شاركوا في هذه المسابقة مُهتّباً المتوجّين منهم، راجياً لهم جميعاً التوفيق في دراستهم وبلوغ أعلى مراتب العلم والمعرفة.

كما أتوجّه بالشكر الجزيل إلى مُعلّميهم ومُؤطّريهم وأسرهم الذين ساعدوهم على تنمية مهاراتهم وقدراتهم حتّى يُبدعوا ويتميّزوا في مسابقات إقليمية وعالمية. وإلى المسؤولين عن هذا النشاط بوزارات التربية والتعليم وإلى اللجان الوطنية في الدول

العربية الذي أسهموا في نجاح هذه الدورة الاستثنائية بكل المقاييس.
والشكر موصولاً إلى الفريق العلمي ولجنة التحكيم الموسّعة وإلى الفريق التقني والتنظيمي في الألكسو الذي أمّن الشروط الفنيّة واللوجستية لتنفيذ هذه المسابقة عبر وسائل الاتصال المرئي والمسموع.

والسلام عليكم ورحمة الله وبركاته

كلمة معالي وزير التعليم العالي والبحث العلمي بجمهورية مصر العربية، رئيس اللجنة الوطنية للتربية والعلم والثقافة، الأستاذ الدكتور خالد عبد الغفار

معالي الأستاذ الدكتور محمد ولد أعمّر المدير العام للمنظمة العربية للتربية والثقافة
والعلوم

معالي وزير التربية بالجمهورية التونسية السيد فتحي السلاوتي

إنه لمن دواعي سروري أن أتحدث إليكم مرة ثانية في فعاليات الدورة الثانية من
الأولمبياد العربي للرياضيات هذا الحدث الذي هو ثمرة للرؤي والجهود التي تنفذها
المنظمة العربية وهو يتسق مع رؤية واستراتيجية مصر 2030.

فهذه المسابقة ليست مسابقة بين الدول العربية إنما هي مسابقة بين طلبة ينتمون
جميعا لوطن واحد. وإذا كان لابد للنتائج من فرص ترتيب وتحديد من يفوز بالميداليات
الذهبية والفضية والبرونزية فإنّ هذا لا يعني أنّ هناك فوارق إدراكية أو عقلية بين
الطلبة ولكن المتغير يكمن في التدريب والتحضير وهنا أتوجه بدعوة القائمين على
أمر إعداد أبنائنا أن يكتفوا جرعات التدريب والتأهيل من الآن استعدادا للأولمبياد
القادمة وتأهيل أبنائنا للمشاركة في المسابقات الدولية فميادين التنافس كثيرة ومتعدّدة
وأفضلها وأجلها التي تكون في ميادين العلم والمعرفة فأبناءنا قادرين على المنافسة إذا
ما توفر لهم التدريب المناسب والتأهيل والاهتمام والرعاية. ولقد أصابت المنظمة حين
جعلت من الرياضيات هيدانا للمنافسة بين أبناء الوطن العربي وأدعوها أن تضطلع
بدور أكبر نحو السعي لتطوير المنظومة التعليمية والتربوية بجميع توجهاتها لما لها من
لجان علمية متخصصة.

وفي الختام أتقدم بالشكر للمنظمة العربية للتربية والثقافة والعلوم لتبنيها
الموضوعات التي تخدم وتعود بالنفع على وطننا العربي وأخص بالشكر اللجنة المنظمة
للإعداد والتنظيم الجيد وإظهار هذه الدورة الاستثنائية بهذه الصورة المشرفة والامتنان
لمعالي الأستاذ الدكتور محمد ولد أعمر المدير العام للمنظمة ولكافة من ساهموا في
إنجاح هذه المسابقة.

كما أتوجه بالشكر للأساتذة الأجلاء اللذين اجتهدوا في تدريب وتأهيل أبناء وطننا العربي.

ولا يفوتني أن أتوجه بالشكر لأعضاء اللجنة الوطنية المصرية للتربية والعلوم والثقافة وعلى رأسهم الأستاذة الدكتورة غادة عبد البارئ الأمين العام للجنة الوطنية على المشاركة في التنظيم وعلى هذا الجهد المقدر.

وإلى أن نلتقي في الدورة الثالثة لكم منا جزيل الشكر والامتنان والسلام عليكم ورحمة الله وبركاته.

كلمة معالي وزير التربية بالجمهورية التونسية، الأستاذ الدكتور فتحي السلاوتي

بسم الله الرحمن الرحيم

معالي الأستاذ الدكتور خالد عبد الغفار، وزير التعليم العالي والبحث العلمي بجمهورية
مصر العربية؛

معالي الأستاذ الدكتور محمّد ولد أعمار، المدير العام للمنظمة العربية للتربية والثقافة والعلوم؛
معالي الأستاذ الدكتور علي بن عبد الخالق القرني، المدير العام لمكتب التربية العربي لدول
الخليج؛

معالي الأستاذ الدكتور محمود صقر، رئيس أكاديمية البحث العلمي والتكنولوجيا بالقاهرة؛
حضرات السيدات والسادة أصحاب السعادة المديرين والخبراء والموظفين بمنظمة الألكسو؛
بناتنا وأبنائنا التلاميذ والطلبة الأعزاء؛
حضرات الضيوف الكرام؛

يُسْعِدُنِي باسم الجمهورية التونسية، وباسم العائلة التربوية والعلمية بتونس،
وباسمي الخاص، أن أُعَبِّرَ لكم عن ابتهاجي بالمشاركة في هذا الحفل العلمي البهيج، وعن
امتناني للمنظمة العربية للتربية والثقافة والعلوم، ومديرها العام معالي الدكتور محمّد
ولد أعمار، على تنظيم هذا الأولمبياد العربي الناجح في مجال الرياضيات في دورته الثانية؛
وأهنئُ جمهورية مصر العربية ومعالي وزير التعليم العالي والبحث العلمي الأستاذ
الدكتور خالد عبد الغفار على احتضان مصر لهذه الدورة من الأولمبياد بكل اقتدار،
والتي أُجْرِيَتْ عن بُعدٍ بسببِ الظرفِ الصّحِّي العالمي؛
كما أهنئُ معالي الأستاذ الدكتور محمود صقر، على الشراكة الناجعة لمكتب التربية
العربي لدول الخليج في تنظيم الأولمبياد.

إنّ التقاليدَ الحسنَةَ التي ما فَتَتَتْ منظمةَ الألكسو تَبْنِيهَا بكلِّ عنايةٍ وإتقانٍ مِنْ
أجلٍ إيقاظِ مَلَكَاتِ البَحْثِ والتفكيرِ والابتكارِ العلمي والتكنولوجي لدى الشباب العربي

من الجِنْسَيْنِ، ورعاية الكفاءات الشبابية وتطويرها ومكافأتهَا عِبْرَ تنظيم الملتقيات والمسابقات ورصد الجوائز والمِنَحِ التشجيعية، وَوَضَعَ المنظمةَ ما تَمَلِكُهُ مِنْ خِبْرَاتٍ وَتَجَارِبٍ وَمَرَافِقٍ فِي خِدْمَةِ الشَّبَابِ وَالباحثين العرب في المجالات العلمية والتكنولوجية المختلفة، إِنَّ كَلَّ ذَلِكَ يُعَبِّرُ عَن وَجَاهَةِ التَّمَشُّيَاتِ التي اختارتها المنظمة، والتي بَاتَتْ تَفْرُضُهَا عَلَى الجَمِيعِ مُتَطَلِّبَاتُ الحَيَاةِ العِلْمِيَّةِ المعاصرة، وَتَقْتَضِيهَا تَرْبِيَةَ النَاشِئَةِ عَلَى الثقافةِ العِلْمِيَّةِ الحديثةِ وَتَيَسِيرُ وُلُوجَهَا إِلَى مجتمَعِ المعرفةِ ومشاركتها من البابِ الواسِعِ فِي الثورَةِ التكنولوجيةِ والرقميةِ التي نحتاج إليها في تحقيقِ مُمُونَا الاقتصاديِ ورفاهينا الاجتماعي.

ولا شَكَّ أَنَّ مُشَارَكَةَ أَرْبَعِ عَشْرَةَ دَوْلَةً عَرَبِيَّةً فِي هذه الدورة الثانية من أولمبياد الرياضيات العربي، تُعَبِّرُ عَن وَعْيِ شُعُوبِنَا العَرَبِيَّةِ بِأَهْمِيَّةِ النهوض بالشباب، وإتاحةِ الفرصةِ لَهُمْ لِاكتِسَابِ العلومِ الأساسيةِ من رياضيات وفيزياء وعلوم طبيعية وغيرها، وَتَشْجِيْعِهِمْ عَلَى التَّبُوعِ فِيهَا عِبْرَ الاحتكاكِ بِالآخَرِينَ وَتَبَادُلِ التجارِبِ معهم والمشاركةِ فِي المسابقاتِ الإقليمِيَّةِ والدَوْلِيَّةِ والاطِّلاعِ عَلَى الفُرَصِ الدراسيةِ وَالبَحْثِيَّةِ المُتَّاحَةِ لِلجَادِّينَ وَالمُتَّفَوِّقِينَ مِنْهُمْ.

ونحن في تونس على وَعْيٍ تَامٍّ بِأَهْمِيَّةِ الرياضياتِ فِي بِنَاءِ الشَّخْصِيَّةِ العِلْمِيَّةِ للتلميذ وَصَقْلِ مواهبِهِ وَقُدْرَاتِهِ عَلَى التَّفْكِيرِ المنطقيِّ السليمِ وَالتَّحْلِيلِ العَقْلَانِي لِلوَضْعِيَّاتِ المُتَشَعِّبَةِ وَالمُرَكَّبَةِ،

وَبَدَلُ مَنْ خِلَالَ التَّجْوِيدِ المُسْتَمِرِّ مُنظُومَتِنَا التربويةِ كُلَّ الجُهُودِ اللازمةِ مِنْ أَجْلِ أَنْ تَكُونَ الرياضياتُ عِلْمًا فِي مُتَنَاوَلِ التلميذِ مُنْذُ سنواتِ تَحْصِيلِهِ الأُولَى، وَأَنْ يَسْتَوِيَ الجِنْسَانِ فِي ذَلِكَ، وَأَنْ تَكُونَ لِلجَمِيعِ نَفْسُ الفُرْصِ فِي تَنْمِيَّةِ كِفَايَاتِهِمُ الرياضيةِ، لِأَنَّ التَّمْيِيزَ وَالقُدْرَةَ عَلَى الابتكارِ فِي مرحلةِ الدراسةِ الجامعيةِ وما بَعْدَهَا مشروطان بِحُسْنِ التَّحْصِيلِ فِي مرحلةِ التَّعَلُّمِ المُبَكَّرَةِ.

أصحابِ المعالي، أصحابِ السعادة، سَيِّدَاتِي سَادَتِي،

لا يَسْعُنِي فِي هذه المناسبةِ إِلَّا أَنْ أَهْنَيْ بَنَاتِنَا وَأَبْنَاءَنَا الناجحينَ فِي هذه الدورةِ بِالتَّأَلُّقِ وَالفَوْزِ، وَأَمْنِي لَهُمْ فِي قَادِمِ السَّنَاتِ مَسَارًا دِرَاسِيًا وَبَحْثِيًّا أَكْثَرَ نَجَاحًا وَتَأَلُّفًا.

وَأَوْدُ أَنْ أُخْبِرَهُمْ بِأَنَّنا نَرَى فِيهِمْ وَفِي أَمْثَالِهِمْ مِنَ الْمُتَفَوِّقِينَ عِلْمَاءَ الْمُسْتَقْبَلِ وَمُطَوِّرِي الْعُلُومِ وَالْمَعَارِفِ الَّتِي تَحْتَاجُ إِلَيْهَا بِلْدَانُنَا، وَأَسَاسَ ازدهارِهَا الْاِقْتِصَادِي وَالتَّكْنُولُوجِي الْمَرْجُوءِ.

وَنَقْتَرِحُ عَلَى مَنْظَمَةِ الْأَلِكْسُو أَنْ تُخَصِّصَ فِي خِطَّتِهَا الْاِسْتِرَاتِيْجِيَّةِ الْمُسْتَقْبَلِيَّةِ مَزِيدًا مِنَ الْاِعْتِمَادَاتِ وَالْبَرَامِجِ لِتَشْجِيْعِ الْاِبْتِكَارِ وَالتَّفَوُّقِ الْعِلْمِيِّ لَدَى شَبَابِنَا الْعَرَبِي، وَاِكْتِشَافِ ذَوِي الْاِسْتِعْدَادَاتِ الْعَالِيَةِ مِنْهُمْ، وَأَنْ تَتَبَنَّى سِيَاْسَةَ الْعِنَايَةِ الْمُتَوَاصِلَةَ بِالْمُتَفَوِّقِينَ مِنَ التَّلَامِيْذِ وَالطَّلَبَةِ حَتَّى يَبْلُغُوا دَرَجَةَ النُّضْجِ التَّامِّ وَالْاِنْدِمَاجِ النَّاجِحِ فِي أَرْقَى الْمَوْسَّسَاتِ الْعِلْمِيَّةِ وَالبَحْثِيَّةِ وَالْاِنْتَاْجِيَّةِ.

أَهْنُتُكُمْ مُجَدِّدًا، سَيِّدَاتِي سَادَتِي، بِهَذَا النِّجَاحِ الْكَبِيْر، وَأَتَمَنَّى لِهَذِهِ الْمُسَابَقَةِ الدِّيُومَةَ وَالتَّطَوُّرَ.

وَالسَّلَامُ عَلَيْكُمْ وَرَحْمَةُ اللَّهِ وَبَرَكَاتُهُ.